

Тренировочная работа № 3
по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

Вариант №1

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

1 Тираж газеты «Московский комсомолец» составляет около 2 млн 990 тысяч экземпляров. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $2,99 \cdot 10^4$ экз.

2) $2,99 \cdot 10^6$ экз.

3) $2,99 \cdot 10^7$ экз.

4) $2,99 \cdot 10^5$ экз.

2 В выборах мэра предложены две кандидатуры. Голоса избирателей разделились в отношении 5:15. Сколько процентов избирателей проголосовало за неизбранную кандидатуру?

1) 5%

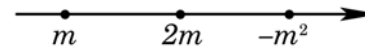
2) 20%

3) 25%

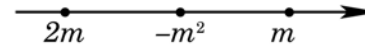
4) 33%

3 Известно, что число m – положительное. На каком из рисунков точки с координатами m , $2m$, $-m^2$ расположены на координатной прямой в правильном порядке?

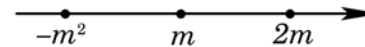
1)



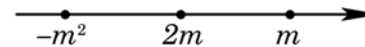
2)



3)



4)



4 Найдите значение выражения $\frac{a^2}{5} + \frac{a^3}{9} - 2$ при $a = 2$.

Ответ: _____

5 Из формулы $S = 2\pi r(r + h)$ выразите h .

1) $h = \frac{S}{2\pi r} - r$

2) $h = \frac{S}{2\pi r}$

3) $h = S - 2\pi r^2$

4) $h = \frac{S}{2\pi r^2}$

6 Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{45}$; $4\sqrt{3}$; $6,5$.

1) $6,5$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{45}$

2) $4\sqrt{3}$; $6,5$; $\sqrt{45}$

3) $\sqrt{45}$; $4\sqrt{3}$; $6,5$

4) $6,5$; $\sqrt{45}$; $4\sqrt{3}$

7 В какое из приведенных ниже выражений можно преобразовать дробь

$$\frac{x-9}{x-3}?$$

1) $\frac{x-9}{3-x}$

2) $\frac{x-9}{3-x}$

3) $\frac{9-x}{x-3}$

4) $\frac{9-x}{3-x}$

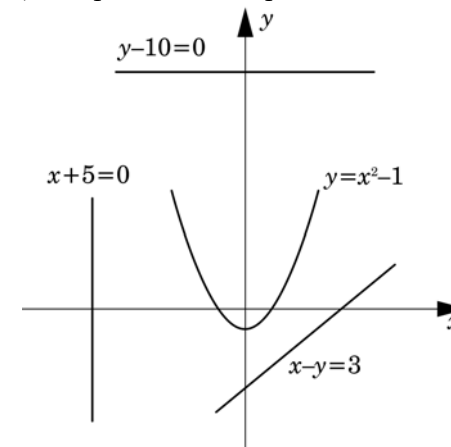
8 Упростите выражение $(\frac{a}{a-2} + \frac{a}{2}) : \frac{a}{a-2}$.

Ответ: _____

9 Решите уравнение $1 - 6y + 5y^2 = 0$.

Ответ: _____

10 На рисунке изображена парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая не имеет решений.



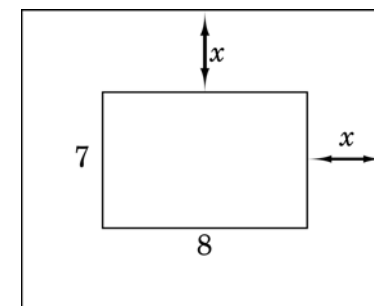
1) $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x + 5 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y - 10 = 0 \end{cases}$

4) Все три указанные системы

11 Искусственный пруд прямоугольной формы со сторонами 7 м и 8 м обрамлен каменной дорожкой одинаковой ширины (см. рис.). Пруд вместе с дорожкой занимает площадь, равную 90 м^2 . Пусть x (м) – ширина дорожки. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.



1) $7 \cdot (8 + 2x) = 90$

2) $8 \cdot (7 + 2x) = 90$

3) $(7 + 2x) \cdot (8 + 2x) = 90$

4) $(8 + x) \cdot (7 + x) = 90$

- 12) Поезд за первую минуту прошел 200 м. За каждую следующую минуту поезд проходил на 100 метров больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в метрах) прошел поезд за n -ю минуту?

- 1) $100n + 200$ 2) $100n + 100$
3) $200n + 100$ 4) $200n + 200$

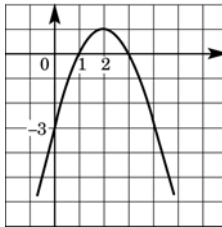
- 13) При каких значениях переменной значения выражения $5x - 21$ больше значений выражения $17 - (x - 4)$.

Ответ: _____

- 14) При каких значениях x функция $f(x) = x^2 + x - 2$ принимает положительные значения?

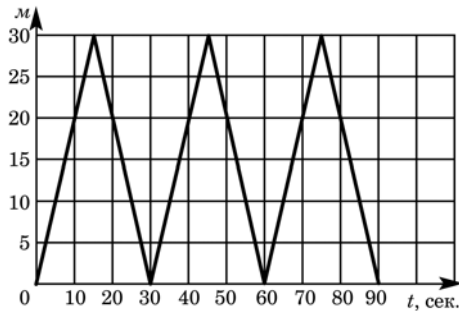
Ответ: _____

- 15) График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?



- 1) $y = x^2 + 4x - 3$ 2) $y = -x^2 + 4x - 3$
3) $y = x^2 + 3x - 4$ 4) $y = -x^2 + 3x - 4$

- 16) На соревнованиях по плаванию в 30-метровом бассейне спортсмен проплыл 180-метровую дистанцию. На рисунке изображен график зависимости расстояния между спортсменом и точкой старта от времени движения спортсмена. Определите, какое расстояние проплыл спортсмен за 1 мин.



- 1) 140 м 2) 100 м 3) 120 м 4) 25 м

- 17) Из слова ЭКЗАМЕН случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность того, что она окажется гласной?

Ответ: _____

- 18) Рост Маши равен 132 см, а медиана ростов всех девочек из ее класса равна 130 см. Какое из утверждений верно?

- 1) В классе обязательно есть девочка выше Маши.
2) В классе обязательно есть девочка ростом 130 см.
3) В классе обязательно есть девочка ростом менее 130 см.
4) В классе обязательно есть девочка ниже Маши.

Часть 2

При выполнении заданий 19 – 23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Решите уравнение $x^3 - x^2 - 4x + 64 = 0$.
- 20** Решите неравенство $(\sqrt{6} - 2, 5)(9 - x^2) > 0$.
- 21** Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии, если сумма первых трех ее членов равна нулю, а сумма первых четырех членов равна 1.
- 22** Прямая $x = 1$ – ось симметрии параболы $y = ax^2 + (a^2 - 8)x + 2$, ветви которой направлены вверх. Найдите координаты вершины параболы.
- 23** Две копировальные машины могут распечатать рукопись. Если всю рукопись будет печатать первая машина, то работа будет выполняться на 4 минуты дольше, чем распечатка рукописи сразу на двух машинах. Если печатать всю рукопись только на второй машине, то эта работа будет на 25 минут дольше, чем на двух машинах вместе. За сколько минут может напечатать эту рукопись вторая машина?

Тренировочная работа № 3
по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

Вариант №2

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

1 Поверхность суши на планете Земля составляет 158 млн км². Запишите это число в стандартном виде.

1) $15,8 \cdot 10^7$ км²

2) $158 \cdot 10^6$ км²

3) $1,58 \cdot 10^8$ км²

4) $1,58 \cdot 10^9$ км²

2 На пост председателя ученического совета претендовали двое учащихся школы. Голоса разделились в отношении 3:17. Сколько процентов избирателей проголосовало за неизбранную кандидатуру?

1) 15%

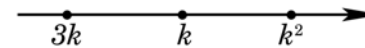
2) 5%

3) 37%

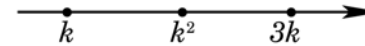
4) 45%

3 Известно, что число k – отрицательное. На каком из рисунков точки с координатами k , $3k$, k^2 расположены на координатной прямой в правильном порядке?

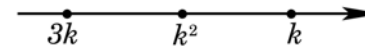
1)



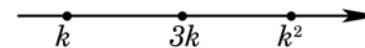
2)



3)



4)



4 Найдите значение выражения $\frac{b^3}{7} + \frac{b^4}{4} - 1$ при $b = 1$.

Ответ: _____

5 Из формулы $V = \pi r^2 h$ выразите r .

1) $r = \sqrt{\pi V h}$

2) $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$

3) $r = \sqrt{\frac{\pi h}{V}}$

4) $r = \frac{\pi \sqrt{V}}{h}$

6 Расположите в порядке убывания числа $\sqrt{30}$; $3\sqrt{3}$; 5,5.

- 1) $\sqrt{30}$; $3\sqrt{3}$; 5,5 2) $\sqrt{30}$; 5,5; $3\sqrt{3}$
 3) 5,5; $\sqrt{30}$; $3\sqrt{3}$ 4) $3\sqrt{3}$; $\sqrt{30}$; 5,5

7 В какое из приведенных ниже выражений можно преобразовать произведение $(4 - a)(2 - a)$?

- 1) $(4 - a)(a - 2)$ 2) $-(4 - a)(a - 2)$
 3) $(a - 4)(2 - a)$ 4) $-(a - 4)(a - 2)$

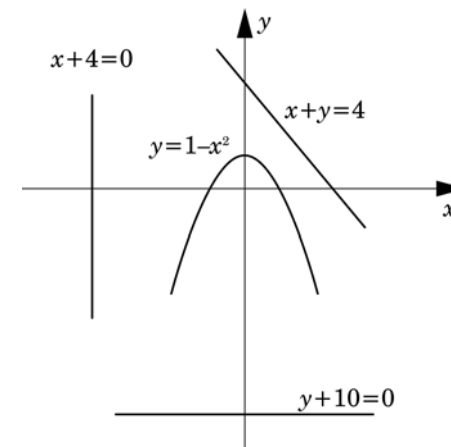
8 Упростите выражение $\left(\frac{c}{3-c} - \frac{c}{3}\right) : \frac{c^2}{3}$.

Ответ: _____

9 Решите уравнение $-11x + x^2 - 152 = 0$.

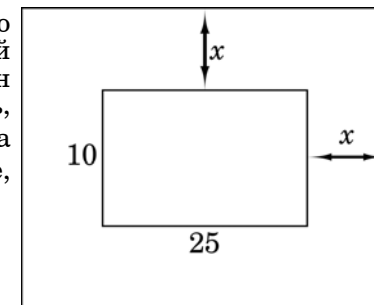
Ответ: _____

10 На рисунке изображена парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая имеет два решения.



- 1) $\begin{cases} y = 1 - x^2 \\ x + y = 4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = 1 - x^2 \\ x + 4 = 0 \end{cases}$
 3) $\begin{cases} y = 1 - x^2 \\ y + 10 = 0 \end{cases}$ 4) такой системы нет

11 Бассейн прямоугольной формы со сторонами 10 м и 25 м обрамлен дорожкой одинаковой ширины (см. рис.). Бассейн вместе с дорожкой занимает площадь, равную 324 м^2 . Пусть x (м) - ширина дорожки. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.



- 1) $(10 + 2x)(25 + 2x) = 324$ 2) $10(25 + 2x) = 324$
 3) $25(10 + 2x) = 324$ 4) $(10 + x)(25 + x) = 324$

12 Ракета за первую секунду пролетела 300 метров. За каждую следующую секунду ракета пролетала на 200 метров больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в метрах) пролетела ракета за n -ю секунду?

- 1) $200n + 100$ 2) $200n + 300$
3) $200n + 200$ 4) $300n + 200$

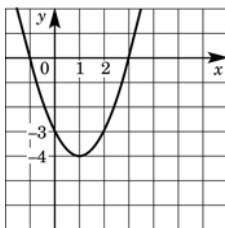
13 При каких значениях переменной значения выражения $13 - 2x$ меньше значений выражения $7 - (3x - 1)$.

Ответ: _____

14 При каких значениях x функция $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ принимает отрицательные значения?

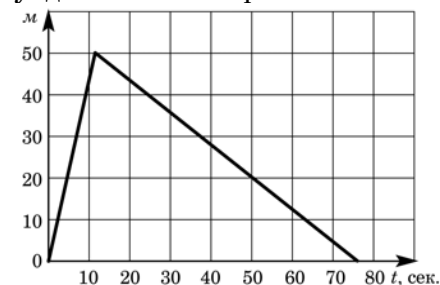
Ответ: _____

15 График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?



- 1) $y = x^2 - 2x - 3$ 2) $y = -x^2 - 2x - 3$
3) $y = x^2 - 3x - 2$ 4) $y = -x^2 - 3x - 2$

16 На соревнованиях по плаванию в 50-метровом бассейне спортсмен проплыл 100-метровую дистанцию. На рисунке изображен график зависимости расстояния между спортсменом и точкой старта от времени движения спортсмена. Определите, какое расстояние проплыл спортсмен за 50 секунд с момента старта.



- 1) 20 м 2) 80 м 3) 70 м 4) 90 м

17 Из слова ЭКЗАМЕН случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность того, что она окажется согласной?

Ответ: _____

18 Рост Маши равен 132 см, а средний рост всех девочек из ее класса равен 130 см. Какое из утверждений верно?

- 1) В классе все девочки, кроме Маши, имеют рост 130 см.
2) В классе обязательно есть девочка ростом 130 см.
3) В классе обязательно есть девочка ростом менее 130 см.
4) В классе обязательно есть девочка ростом 128 см.

Часть 2

При выполнении заданий 19 – 23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 Решите уравнение $x^3 - x^2 - 3x + 27 = 0$.

20 Решите неравенство $(\frac{3}{2} - \sqrt{3})(16 - x^2) < 0$.

21 Найдите сумму первых девяти членов арифметической прогрессии, если сумма первых четырех ее членов равна 3, а сумма первых пяти членов равна 5.

22 Прямая $x = 1$ – ось симметрии параболы $y = ax^2 + (a^2 - 8)x + 2$, ветви которой направлены вниз. Найдите координаты вершины параболы.

23 Две бригады выполняют некоторую работу. Если всю работу будет делать первая бригада, то она затратит на 9 дней больше, чем две бригады, работая вместе. Если эту работу будет делать вторая бригада, то она затратит на 4 дня больше, чем обе бригады, работая вместе. За сколько дней выполнит эту работу первая бригада?

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**19** Решите уравнение $x^3 - x^2 - 4x + 64 = 0$.**Решение:**

Сгруппируем:

$$(x^3 + 64) + (-x^2 - 4x) = 0$$

Применим формулу суммы кубов и вынесем общий множитель за скобки:

$$(x + 4)(x^2 - 4x + 16) - x(x + 4) = 0$$

$$(x + 4)(x^2 - 4x + 16 - x) = 0$$

$$(x + 4)(x^2 - 5x + 16) = 0$$

$$x + 4 = 0 \text{ или } x^2 - 5x + 16 = 0$$

$$x = -4 \text{ или } x^2 - 5x + 16 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 25 - 64 = -39, D < 0 - \text{корней нет.}$$

Ответ: - 4.**Модель 1**

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите неравенство $(\sqrt{6} - 2, 5)(9 - x^2) > 0$.**Решение:**

Из того, что произведение положительно и первый множитель отрицателен, т.к.

$$\sqrt{6} < \sqrt{6, 25} \Leftrightarrow \sqrt{6} < 2, 5 \Leftrightarrow \sqrt{6} - 2, 5 < 0$$

следует, что $9 - x^2 < 0$

$$(3 - x)(3 + x) < 0 \Leftrightarrow x < -3; x > 3$$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ **Модель 1**

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
1	Знак первого множителя определен правильно, но при дальнейшем решении знак неравенства не изменен, и с учетом этого получившееся неравенство решено верно. Или: знак первого множителя определен неправильно, и с учетом этого дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии, если сумма первых трех ее членов равна нулю, а сумма первых четырех членов равна 1.**Решение:**

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 0 \\ a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 \end{cases}$$

$$a_4 = 1, a_4 = a_1 + 3d,$$

$$a_3 = a_1 + 2d, a_2 = a_1 + d, \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 0, \\ a_1 + 3d = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a_1 + 3d = 0, \\ a_1 + 3d = 1; \end{cases} \begin{cases} 3a_1 + 1 - a_1 = 0, \\ 3d = 1 - a_1; \end{cases} \begin{cases} 2a_1 + 1 = 0, \\ 3d = 1 - a_1; \end{cases} \begin{cases} a_1 = -0,5, \\ d = 0,5. \end{cases}$$

$$S_{10} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}n$$

$$S_{10} = \frac{-1 + 0,5 \cdot 9}{2} \cdot 10 = (-1 + 4,5) \cdot 5 = 3,5 \cdot 5 = 17,5$$

Ответ: 17,5.

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка или описка и ответ отличается от правильного.
1	Верно найдены d и первый член прогрессии, но решение не завершено. Или: ход решения верный, но допущены две вычислительные ошибки или описки.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

22 Прямая $x = 1$ – ось симметрии параболы $y = ax^2 + (a^2 - 8)x + 2$, ветви которой направлены вверх. Найдите координаты вершины параболы.

Решение:

$$y = ax^2 + (a^2 - 8)x + 2; x = 1 - \text{ось симметрии. } a > 0$$

Найдем абсциссу вершины параболы: $x = -\frac{b}{2a}; x = \frac{-(a^2 - 8)}{2a} = \frac{8 - a^2}{2a}$, так как ось

симметрии $x = 1$, то $\frac{8 - a^2}{2a} = 1; 8 - a^2 = 2a; a^2 + 2a - 8 = 0$

По теореме Виета: $\begin{cases} a_1 + a_2 = -2, \\ a_1 \cdot a_2 = -8; \end{cases}$

$$a_1 = 2, a_2 = -4.$$

Так как по условию $a > 0$, то $a = 2$

Тогда $x_B = 1, y_B = 0$

Ответ: (1; 0).

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
2	Значение a выбрано неверно.
1	Указаны значения $a = 2; a = -4$.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

23 Две копировальные машины могут распечатать рукопись. Если всю рукопись будет печатать первая машина, то работа будет выполняться на 4 минуты дольше, чем распечатка рукописи сразу на двух машинах. Если печатать всю рукопись только на второй машине, то эта работа будет на 25 минут дольше, чем на двух машинах вместе. За сколько минут может напечатать эту рукопись вторая машина?

Решение:

Пусть время печати всей рукописи первой машиной – x (мин), а второй – y (мин).

Тогда время общей работы двух машин можно найти двумя способами: $(x - 4)$ и $(y - 25)$.

Поэтому получится первое уравнение: $x - 4 = y - 25$.

Примем за единицу работу по печати всей рукописи.

Производительность первой машины $\frac{1}{x}$,

производительность второй машины $\frac{1}{y}$,

общая их производительность $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Зная их общее время работы ($x - 4$), можно составить второе уравнение $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})(x - 4) = 1$.

$$\text{Решаем систему } \begin{cases} x - 4 = y - 25 \\ (\frac{1}{x} + \frac{1}{y})(x - 4) = 1 \end{cases} \text{ получим } y = 35, y = 15.$$

Но $y = 15$ не удовлетворяет условию задачи, т.к. $y > 25$. Значит, вторая машина может напечатать рукопись за 35 мин.

Ответ: 35 мин.

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
2	Верно составлены уравнения и получены два значения времени работы второй машины (бригады).
1	Верно составлено одно уравнение, но решение не доведено до конца или допущена арифметическая ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**19** Решите уравнение $x^3 - x^2 - 3x + 27 = 0$.

Решение:

$$x^3 - x^2 - 3x + 27 = 0$$

Сгруппируем:

$$(x^3 + 27) + (-x^2 - 3x) = 0$$

Применим формулу суммы кубов и вынесем общий множитель за скобки:

$$(x+3)(x^2 - 3x + 9) - x(x+3) = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 3x + 9 - x) = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 4x + 9) = 0$$

$$x+3 = 0 \text{ или } x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$x = -3$$

$$x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 16 - 36 = -20, D < 0 \text{ — корней нет}$$

Ответ: -3 .**Модель 1**

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите неравенство $(\frac{3}{2} - \sqrt{3})(16 - x^2) < 0$.**Решение:**

$$(\frac{3}{2} - \sqrt{3})(16 - x^2) < 0$$

Из того, что произведение отрицательно и первый множитель отрицателен, т.к.

$$\sqrt{\frac{9}{4}} < \sqrt{3} \text{ или } \sqrt{2,25} < \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{3}{2} - \sqrt{3} < 0$$

следует, что $16 - x^2 > 0$

$$(4 - x)(4 + x) > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 4$$

Ответ: $(-4; 4)$.**Модель 1**

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
1	Знак первого множителя определен правильно, но при дальнейшем решении знак неравенства не изменен, и с учетом этого получившееся неравенство решено верно. Или: знак первого множителя определен неправильно, и с учетом этого дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 21** Найдите сумму первых девяти членов арифметической прогрессии, если сумма первых четырех ее членов равна 3, а сумма первых пяти членов равна 5.

Решение:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 3 \\ a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 5 \end{cases} \Rightarrow a_5 = 2$$

$$a_5 = a_1 + 4d, a_4 = a_1 + 3d, a_3 = a_1 + 2d, a_2 = a_1 + d \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 3 \\ a_1 + 4d = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a_1 + 6d = 3 \\ a_1 + 4d = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 - 4d \\ -10d = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ d = 0,5 \end{cases}$$

$$S_9 = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_9 = \frac{0,5 \cdot 8}{2} \cdot 9 = \frac{4}{2} \cdot 9 = 18$$

Ответ: 18

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка или описка и ответ отличается от правильного.
1	Верно найдены d и первый член прогрессии, но решение не завершено. Или: ход решения верный, но допущены две вычислительные ошибки или описки.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 22** Прямая $x = 1$ – ось симметрии параболы $y = ax^2 + (a^2 - 8)x + 2$, ветви которой направлены вниз. Найдите координаты вершины параболы.

Решение:

$$y = ax^2 + (a^2 - 8)x + 2;$$

$$x = 1 \text{ – ось симметрии. } a < 0$$

Найдем абсциссу вершины параболы: $x = -\frac{b}{2a}$; $x = \frac{-(a^2 - 8)}{2a} = \frac{-a^2 + 8}{2a}$, так как ось симметрии $x = 1$, то $\frac{-a^2 + 8}{2a} = 1$; $-a^2 + 8 = 2a$; $a^2 + 2a - 8 = 0$.

$$\text{По теореме Виета } \begin{cases} a_1 + a_2 = -2, \\ a_1 \cdot a_2 = -8, \end{cases} \quad a_1 = 2; a_2 = -4$$

так как $a < 0$, то $a = -4$

Тогда $x_B = 1$, $y_B = -4 + 8 + 2 = 6$.

Ответ: (1; 6).

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
2	Значение a выбрано неверно.
1	Указаны значения $a = 2$; $a = -4$.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 23** Две бригады выполняют некоторую работу. Если всю работу будет делать первая бригада, то она затратит на 9 дней больше, чем две бригады, работая вместе. Если эту работу будет делать вторая бригада, то она затратит на 4 дня больше, чем обе бригады, работая вместе. За сколько дней выполнит эту работу первая бригада?

Решение:

Пусть время работы первой бригады – x (дней), а второй бригады – y (дней). Тогда время общей работы двух бригад можно найти двумя способами: $x - 9$ и $y - 4$. Поэтому получится первое уравнение: $x - 9 = y - 4$.

Примем за единицу работу, которую надо выполнить бригадам.

Производительность первой бригады $\frac{1}{x}$,

производительность второй бригады $\frac{1}{y}$,

общая их производительность $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Зная их общее время работы ($x - 9$), можно составить второе уравнение

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x - 9) = 1.$$

$$\text{Решаем систему } \begin{cases} x - 9 = y - 4 \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x - 9) = 1 \end{cases}, \text{ получим } y = 10, y = -2.$$

Но $y = -2$ не удовлетворяет условию задачи. Значит, первая бригада может выполнить работу за 15 дней.

Ответ: 15 дней.

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
2	Верно составлены уравнения и получены два значения времени работы второй машины (бригады).
1	Верно составлено одно уравнение, но решение не доведено до конца или допущена арифметическая ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.