**Ответы к заданиям с кратким ответом**

| № задания | Ответ |
|---|---|
| B1 | 10 |
| B2 | 313 |
| B3 | -1,75 |
| B4 | 0,7 |
| B5 | 480 |
| B6 | 9 |

| № задания | Ответ |
|---|---|
| B7 | 2 |
| B8 | 6 |
| B9 | 20 |
| B10 | 2 |
| B11 | 6 |
| B12 | 8 |

## Ответы к заданиям с кратким ответом

| № задания | Ответ |
|---|---|
| B1 | 3 |
| B2 | 324 |
| B3 | 1,75 |
| B4 | 0,5 |
| B5 | 420 |
| B6 | 15 |

| № задания | Ответ |
|---|---|
| B7 | 2 |
| B8 | 2 |
| B9 | 6 |
| B10 | 1 |
| B11 | 1 |
| B12 | 9 |

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**C1** Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 = 8\sin y + 1, \\ x + 1 = 2\sin y. \end{cases}$

***Решение***.

Исключим $\sin y$. Получим: $x^2 = 4(x+1)+1$; $x^2 - 4x - 5 = 0$. Корни: $-1$; $5$.

Если $x = -1$, из второго уравнения следует: $\sin y = 0$, откуда $y = \pi n$, $n \in Z$.

Если $x = 5$, из второго уравнения следует: $\sin y = 3$. Решений нет.

***Ответ***: $(-1, \pi n)$, $n \in Z$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ. | 2 |
| Тригонометрическое уравнение решено верно, однако, решение системы содержит ошибку, возможно, повлиявшую на ответ. | 1 |
| Все случаи, неудовлетворяющие критериям, описанным выше. | 0 |

**C2** В тетраэдре $ABCD$, все ребра которого равны 1, найдите расстояние от точки $A$ до прямой, проходящей через точку $B$ и середину $E$ ребра $CD$.

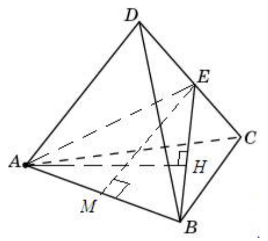
***Решение***.

Рассмотрим равнобедренный треугольник $AEB$ и его высоты $AH$ и $EM$.

Составим равенство $AH \cdot BE = EM \cdot AB$.

$AE = EB = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, поэтому $EM = \sqrt{\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{4}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Тогда $AH = \dfrac{EM \cdot AB}{BE} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.




***Ответ***: $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен правильный ответ. | 2 |
| Способ нахождения искомого расстояния верен, но получен неверный ответ или решение не закончено. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |





**C3** Решите неравенство $\dfrac{\lg(3x + 2\sqrt{x} - 1)}{\lg(5x + 3\sqrt{x} - 2)^5} \ge \dfrac{\log_{32} 11}{\log_2 11}$.

***Решение***.

Сделаем замену $\sqrt{x} = y$ и упростим левую и правую части: $\dfrac{\lg(3y^2 + 2y - 1)}{\lg(5y^2 + 3y - 2)} \ge 1$.

Учитывая, что $y \ge 0$, получаем:

$$1 < 5y^2 + 3y - 2 \le 3y^2 + 2y - 1 \text{ или } \begin{cases} 5y^2 + 3y - 2 < 1, \\ 5y^2 + 3y - 2 \ge 3y^2 + 2y - 1, \\ 3y^2 + 2y - 1 > 0. \end{cases}$$

Первый случай: $\begin{cases} 5y^2 + 3y - 3 > 0, \\ 2y^2 + y - 1 \le 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y > \dfrac{\sqrt{69} - 3}{10}, \\ 0 \le y \le \dfrac{1}{2} \end{cases}$ – нет решений.

Второй случай: $\begin{cases} 5y^2 + 3y - 3 < 0, \\ 3y^2 + 2y - 1 > 0, \\ 2y^2 + y - 1 \ge 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 0 \le y < \dfrac{\sqrt{69} - 3}{10}, \\ y > \dfrac{1}{3}, \\ y \ge \dfrac{1}{2}, \end{cases}$ откуда $\dfrac{1}{2} \le y < \dfrac{\sqrt{69} - 3}{10}$.

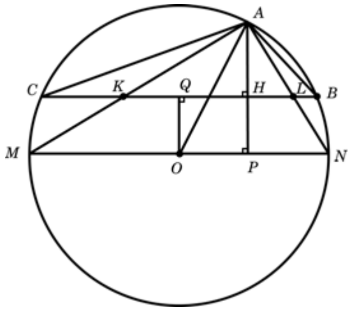
Тогда $\dfrac{1}{4} \le x < \dfrac{39 - 3\sqrt{69}}{50}$.

***Ответ***: $\left[0{,}25;\ \dfrac{39 - 3\sqrt{69}}{50}\right)$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен правильный ответ. | 3 |
| Ответ или отличается от верного конечным числом точек, или при правильном рассуждении неверен из-за арифметической ошибки. | 2 |
| Решение содержит верные преобразования, но в ответе либо потеряны верные промежутки, либо приобретены лишние промежутки. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |

**C4** Радиус окружности, описанной около треугольника $ABC$, равен 13, $\cos\angle BAC = -\frac{5}{13}$, высота, проведенная к стороне $BC$, равна 5. Найдите длину той хорды $AM$ описанной окружности, которая делится пополам стороной $BC$.

***Решение***.




Пусть $K$ – середина искомой хорды $AM$. Через точку $M$ проведем хорду $MN$, параллельную стороне $BC$. Тогда точка $L$ пересечения отрезков $AN$ и $BC$ – середина $AN$, значит задача имеет два решения. Кроме того, высота $AP$ треугольника $AMN$ вдвое больше высоты $AH$ треугольника $ABC$, значит $AP = 10$ и $PH = 5$.

Пусть $R = 13$ – радиус окружности, описанной около треугольника $ABC$.

По теореме синусов $BC = 2R\sin\angle BAC = 26\sqrt{1-\frac{25}{169}} = 26\cdot\frac{12}{13} = 24$.

Пусть $O$ – центр окружности, описанной около треугольника $ABC$, $Q$ – середина $BC$. Из прямоугольного треугольника $OQB$ находим, что $OQ = \sqrt{OB^2 - BQ^2} = \sqrt{169-144} = 5$, а т.к. расстояние между параллельными хордами $BC$ и $MN$ также равно 5, то точка $O$ лежит на отрезке $MN$. Следовательно, $MN$ – диаметр окружности.

Из прямоугольного треугольника $AOP$ находим, что $OP = \sqrt{13^2-10^2} = \sqrt{69}$. Следовательно, $AN = \sqrt{AP^2+PN^2} == \sqrt{100+169-2\cdot 13\cdot\sqrt{69}+69} = \sqrt{26(13-\sqrt{69})}$.

Аналогично находим, что $AM = \sqrt{26(13+\sqrt{69})}$.

***Ответ***: $\sqrt{26(13\pm\sqrt{69})}$ или $\sqrt{299}\pm\sqrt{39}$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации, и получен правильный ответ. | 3 |
| Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации. Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу. | 2 |
| Рассмотрены не все возможные геометрические конфигурации, но хотя бы для одной из них получен обоснованный верный ответ. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**C1** Решите систему уравнений $\begin{cases} y^2 = 4\cos x + 1, \\ y + 1 = 2\cos x. \end{cases}$

***Решение***.

Исключим $\cos x$ из системы. Получим: $y^2 = 2(y+1)+1$; $y^2 - 2y - 3 = 0$. Корни: $-1$ и $3$.

Если $y = -1$, из второго уравнения получаем: $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$.

Если $y = 3$, из второго уравнения получаем: $\cos x = 2$. Нет решений.

***Ответ***: $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathrm{Z},\ y = -1$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ. | 2 |
| Тригонометрическое уравнение решено верно, однако, решение системы содержит ошибку, возможно, повлиявшую на ответ. | 1 |
| Все случаи, неудовлетворяющие критериям, описанным выше. | 0 |

**C2** В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, сторона основания равна 1, а боковое ребро равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Найдите расстояние от точки $C$ до прямой $SA$.

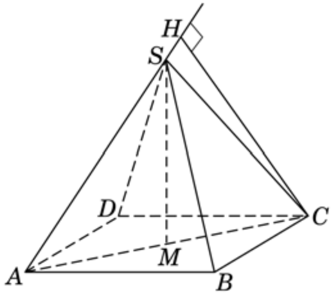
***Решение***.

Рассмотрим треугольник $ASC$ и его высоты $CH$ и $SM$.

Составим равенство

$CH \cdot AS = SM \cdot AC$. $AC = \sqrt{2}$; $AM = \frac{\sqrt{2}}{2}$, поэтому $SM = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$.

Тогда $CH = \frac{SM \cdot AC}{AS} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.




***Ответ***: $\sqrt{\frac{2}{3}}$.





| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен правильный ответ. | 2 |
| Способ нахождения искомого расстояния верен, но получен неверный ответ или решение не закончено. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |

**C3** Решите неравенство $\frac{\log_{11}(3x + 2\sqrt{x+1} + 2)}{\log_{11}(5x + 3\sqrt{x+1} + 3)^3} \geq \frac{\log_{27} 11}{\log_3 11}$.

***Решение***.

Сделаем замену $\sqrt{x+1} = y$ и упростим левую и правую части: $\frac{\log_{11}\left(3y^2 + 2y - 1\right)}{\log_{11}\left(5y^2 + 3y - 2\right)} \geq 1$.

Учитывая, что $y \geq 0$, получаем:

$1 < 5y^2 + 3y - 2 \leq 3y^2 + 2y - 1$ или $\begin{cases} 0 < 5y^2 + 3y - 2 < 1, \\ 5y^2 + 3y - 2 \geq 3y^2 + 2y - 1, \\ 3y^2 + 2y - 1 > 0. \end{cases}$

Первый случай: $\begin{cases} 5y^2 + 3y - 3 > 0, \\ 2y^2 + y - 1 \leq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y > \frac{\sqrt{69} - 3}{10}, \\ 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \end{cases}$ – нет решений.

Второй случай: $\begin{cases} 5y^2 + 3y - 3 < 0, \\ 3y^2 + 2y - 1 > 0, \\ 2y^2 + y - 1 \geq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 0 \leq y < \frac{\sqrt{69} - 3}{10}, \\ y > \frac{1}{3}, \\ y \geq \frac{1}{2}, \end{cases}$

откуда $\frac{1}{2} \leq y < \frac{\sqrt{69} - 3}{10}$.

Тогда $\frac{1}{4} \leq x + 1 < \frac{39 - 3\sqrt{69}}{50}$, откуда $-\frac{3}{4} \leq x < \frac{-11 - 3\sqrt{69}}{50}$.

***Ответ***: $\left[-0,75; \frac{-11 - 3\sqrt{69}}{50}\right)$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен правильный ответ. | 3 |
| Ответ или отличается от верного конечным числом точек, или при правильном рассуждении неверен из-за арифметической ошибки. | 2 |
| Решение содержит верные преобразования, но в ответе либо потеряны верные промежутки, либо приобретены лишние промежутки. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |

**C4** Центр $O$ окружности радиуса 4 принадлежит биссектрисе угла величиной 60°. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся данной окружности, если известно, что расстояние от точки $O$ до вершины угла равно 10.

***Решение.***

Пусть $Q$ – центр искомой окружности радиуса $x$, $B$ – точка касания одной из сторон данного угла с вершиной $A$.

Центр окружности, вписанной в угол, лежит на биссектрисе угла, поэтому $\angle BAQ = 30°$. Из прямоугольного треугольника $BAQ$ находим, что $AQ = 2QB = 2x$.

Рассмотрим случай внешнего касания окружностей. Если точка $Q$ лежит между $A$ и $O$ (рис.1), то $AO = AQ + QO$, или $10 = 2x + (x + 4)$, откуда находим, что $x = 2$.

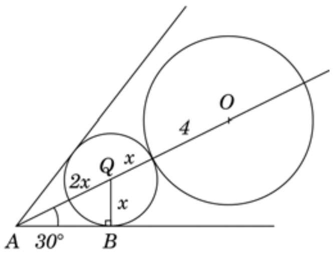



Рис. 1

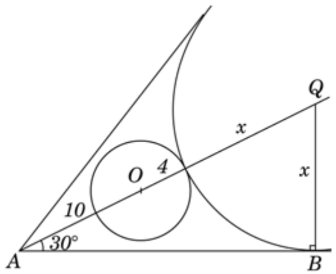



Рис. 2

Если точка $O$ лежит между $A$ и $Q$ (рис.2), то $AQ = AO + OQ$, или $2x = 10 + (4 + x)$, откуда $x = 14$.

Рассмотрим случай внутреннего касания окружностей. Если точка $Q$ лежит между $A$ и $O$ (рис.3), то $AO = AQ + QO$, или $10 = 2x + (x - 4)$, откуда находим, что $x = \frac{14}{3}$.

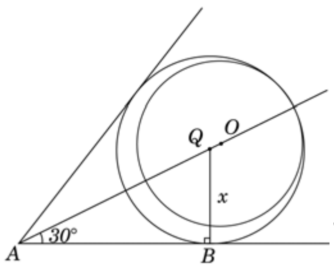



Рис. 3

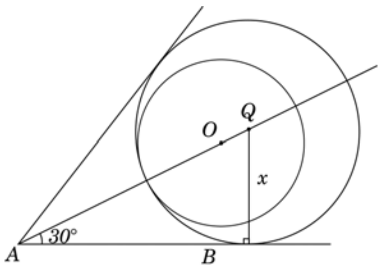



Рис. 4

Если точка $O$ лежит между $A$ и $Q$ (рис.4), то $AQ = AO + OQ$, или $2x = 10 + (x - 4)$, откуда $x = 6$.





***Ответ***: $2; 14; \frac{14}{3}; 6$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации, и получен правильный ответ. | 3 |
| Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации. Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу. | 2 |
| Рассмотрены не все возможные геометрические конфигурации, но хотя бы для одной из них получен обоснованный верный ответ. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |