Диагностическая работа МИОО 08.12.09 С6 Вариант 5.

Найдите все пары $(x;y)$ целых чисел, удовлетворяющие системе неравенств

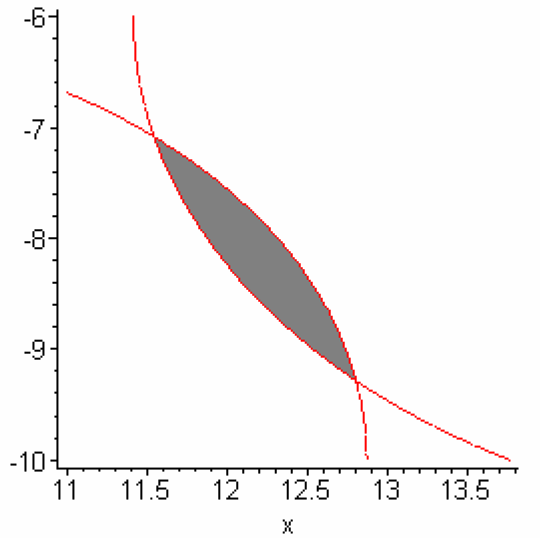
$$\begin{cases} x^2+y^2<18x-20y-166 \\ 32x-y^2>x^2+12y+271 \end{cases}$$

Сначала упростим:

$$\begin{cases} x^2-18x+81-81+y^2+20y+100-100<-166 \\ x^2-32x+256-256+y^2+12y+36-36+271<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-9)^2+(y+10)^2<15 \\ (x-16)^2+(y+6)^2<21 \end{cases}$$

Решениями системы являются точки, координаты которых лежат внутри двух окружностей. Первая – с центром в точке (9;-10) и радиуса $\sqrt{15}<4$, вторая с центром (16;-6) радиуса $\sqrt{21}<5$.
Эту область можно изобразить на координатной плоскости.



Конечно, можно найти точные координаты точек пересечения, решив систему уравнений.
Можно, используя график, найти решение $x=12, y=-8$ и проверить соседние точки $x=11; x=13$

Можно учесть, что нас интересуют только целые числа и решить аналитически, перебрав варианты 0+0; 0+1; 0+4; 0+9; 1+0; 1+1; 1+4; 1+9; 4+0; 4+1; 4+4; 4+9; 9+0; 9+1; 9+4 – для первого неравенства $(x-9)^2+(y+10)^2<15$ и проверить их подстановкой во второе.

При проверке второго неравенства получаем, что подходит только один вариант $(12;-8)$

Ответ: $(12;-8)$

http://alexlarin.narod.ru