

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 326

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырех заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "X" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

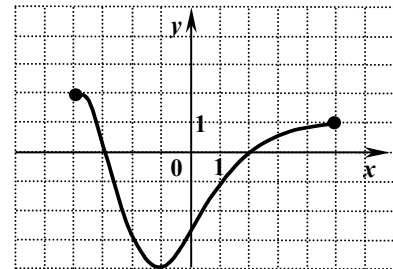
- A1** Упростите выражение $4d^{3,2} \cdot 1,5d^{-1,2}$.
- 1) $6d^2$ 2) $5,5d^{-3,84}$ 3) $6d$ 4) $6d^{-3,84}$

- A2** Вычислите: $\frac{\sqrt[5]{480}}{\sqrt[5]{15}}$.
- 1) $4\sqrt{2}$ 2) 2 3) $2\sqrt[5]{2}$ 4) 4

- A3** Вычислите: $\log_6 180 - \log_6 5$.
- 1) 30 2) 2 3) 3 4) 6

- A4** Функция задана графиком. На каком из указанных промежутков она убывает?

- 1) $[-1; 2]$
2) $[0; 2]$
3) $[-3; 2]$
4) $[-4; -1]$

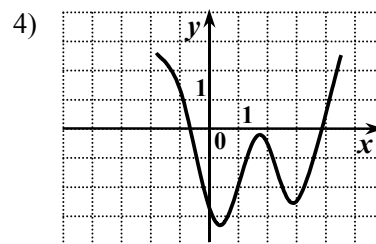
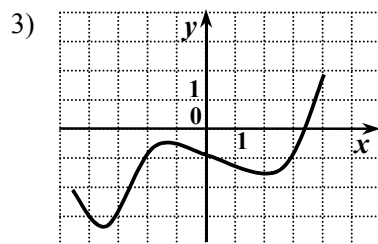
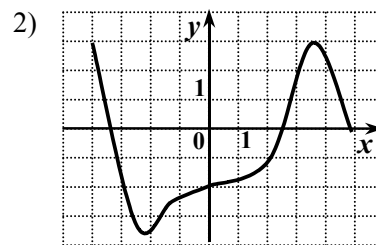
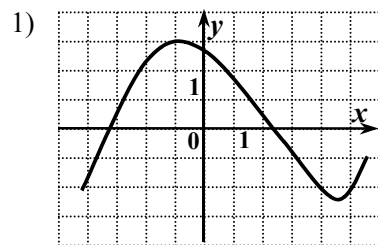


- A5** Найдите производную функции $y = -4e^x + 36x^2$.
- 1) $y' = -4xe^{x-1} + 72x$
2) $y' = -4xe^{x-1} + 12x^3$
3) $y' = -4e^x + 12x^3$
4) $y' = -4e^x + 72x$

A6 Найдите множество значений функции $y = -2 + \sin 3x$.

- 1) $[-1; 1]$ 2) $[-3; -1]$ 3) $[-5; 1]$ 4) $[-5; 5]$

A7 Укажите рисунок, на котором изображен график функции, принимающей на промежутке $(-3; 3)$ только отрицательные значения.



A8 Решите неравенство $\frac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$.

- 1) $(-\infty; 6) \cup (3; 8)$
2) $(-\infty; -6) \cup (-6; 3)$
3) $(-6; 3) \cup (8; +\infty)$
4) $(3; 8) \cup (8; +\infty)$

A9 Решите уравнение $\sin x = 1$.

- 1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
2) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
3) $\pi n, n \in Z$
4) $2\pi n, n \in Z$

A10 Найдите область определения функции $y = \sqrt{5^{2x-3} - 25}$.

- 1) $[\frac{2}{5}; +\infty)$ 2) $(-\infty; 2,5]$ 3) $[2,5; +\infty)$ 4) $(2,5; +\infty)$

Ответом на задания В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Найдите значение выражения 6^{y+1} , если $6^y = 2,1$.

B2 Решите уравнение $\log_7 x = \log_7 4 + \log_7 3$.

B3 Найдите значение выражения $\sqrt{11} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{11}}$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

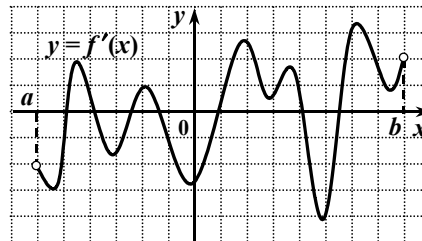
ЧАСТЬ 2

B4 Решите уравнение $2^x - 4 \cdot (\sqrt{2})^x - 32 = 0$.

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их произведение.)

B5 Вычислите значение выражения $-4^{\log_4 20} + 400^{\log_{20}(2\sqrt{2})}$.

B6 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(a; b)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите число точек минимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(a; b)$.



В7 Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{x^2 - x - 12}{1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{4}} \leq 0.$$

В8 Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке $(-1; 4]$ она задается формулой $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Найдите значение выражения $3f(20) - 2f(-17)$.

***В9** Две машинистки, работая вместе, могут напечатать 30 страниц текста за 1 ч. Работая отдельно, первая машинистка печатает 140 страниц такого же текста на 5 ч дольше, чем вторая машинистка печатает 80 страниц. За сколько часов первая машинистка сможет напечатать 280 страниц?

***В10** Основание прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелограмм $ABCD$, в котором $AD = 5\sqrt{2}$, $\angle ADC = 135^\circ$. Высота призмы равна 2. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью $B_1 CD$.

***В11** Сторона ромба $ABCD$ равна $4\sqrt{7}$, а косинус угла A равен 0,75. Высота BH пересекает диагональ AC в точке M . Найдите длину отрезка BM .

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = (2x + 2)^5 - 5(2x + 2)^4$ при $|x + 1| \leq 1$.

C2 Найдите все значения x , при каждом из которых выражения $8x^2 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 4x} - x \log_3 (1 + 4x)$ и $4x^2 + x$ принимают равные значения.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$\frac{(4\sin\sqrt{x-1}-3)-a}{a-(3^x+7\sqrt{2}\cdot 3^{-x}-5)} \leq 0 \quad \text{не имеет решений.}$$

***C4**

Дан конус с вершиной M , радиус основания которого равен $2\sqrt{6}$. На окружности его основания выбраны точки A, B, C так, что углы $\angle BMA, \angle AMC, \angle CMB$ равны 90° каждый. Точка F выбрана на дуге BC окружности основания конуса, не содержащей точки A , так, что объем пирамиды $MABFC$ наибольший. Найдите расстояние от точки F до плоскости MAB .

C5

Для чисел a_1, a_2, \dots, a_{19} верны равенства $a_{n+1} = f(a_n)$, $n = 1, 2, \dots, 18$.

Найдите $a_4 + a_5 + a_6$, если известно, что $a_{19} = 0$, а

$$f(x) = \begin{cases} 5 + \frac{20}{x-5}, & \text{если } x < 5 \\ 5 - \frac{31}{x} + \log_7\left(7 - \frac{60}{x+4}\right), & \text{если } x \geq 5 \end{cases}.$$