

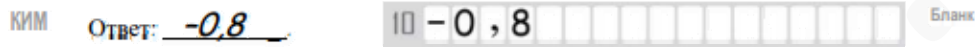
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 469

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

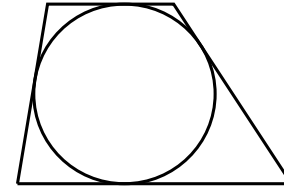
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Около окружности радиуса 3 описана трапеция, периметр которой равен 30. Найдите площадь трапеции.

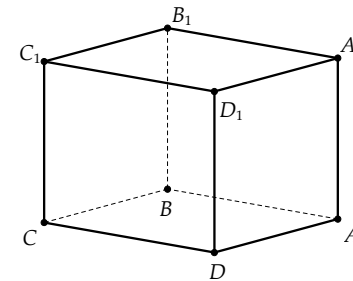


Ответ: _____.

2. Сторона правильного шестиугольника ABCDEF равна 5. Найдите скалярное произведение вектора $\vec{AB} + \vec{AD}$ на вектор \vec{DE} .

Ответ: _____.

3. Боковое ребро правильной четырехугольной призмы равно 2, а площадь поверхности призмы равна 154. Найдите сторону основания призмы.



Ответ: _____.

4. В некотором городе 7% населения – студенты. Из всех студентов 60% учатся в университете. Найдите вероятность того, что случайно выбранный житель этого города является студентом университета.

Ответ: _____.

5. Из ящика, где хранятся 9 желтых и 15 зеленых карандашей, продавец не глядя вынимает один за другим 3 карандаша. Найдите вероятность того, что цвета будут чередоваться в порядке желтый-зеленый-желтый. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

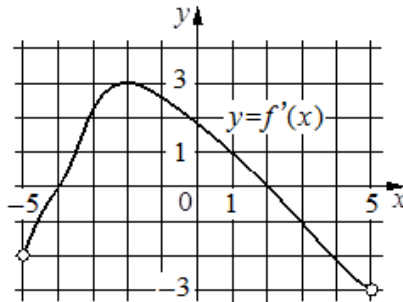
6. Решите уравнение $49^{10x+8} = 0,07 \cdot 10^{20x+17}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{150} \cdot \operatorname{ctg} \frac{52\pi}{3} \cdot \cos \frac{51\pi}{4}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

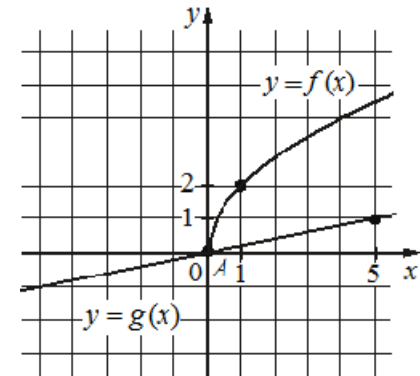
9. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 160$ Гц – частота исходного сигнала, c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 8$ м/с и $v = 11$ м/с – скорости источника и приёмника относительно среды. При какой скорости распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет равна 170 Гц? Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

10. Пристань А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 264 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась тем же путём обратно со скоростью на 2 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 1 час. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = (x + 8)^2 \cdot (5x - 32) + 11$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\sqrt{3} \cdot (\cos 4x + 1) = 2 \cos 2x(2 - \cos 4x)$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AB . Точка P делит ребро AB в отношении $AP : PB = 1 : 3$, а точка Q – середина ребра A_1C_1 . Через середину M ребра BC провели плоскость α , перпендикулярную отрезку PQ .

А) Докажите, что плоскость α делит ребро AC пополам.

Б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит отрезок A_1C_1 , считая от точки A_1 , если известно, что $AB = AA_1$, $AB : BC = 2 : 7$.

15. Решите неравенство:

$$\left|1 - \log_{2x}(x^2 - 5x + 6)\right| \leq 1 - \log_{2x}(x^2 - 5x + 6)$$

16. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

– в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

– в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

– к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1540 тыс. рублей. Сколько рублей составит платеж в 2035 году.

17. Дан равносторонний треугольник ABC . На стороне AC выбрана точка M , серединный перпендикуляр к отрезку BM пересекает сторону AB в точке E , а сторону BC в точке K .

А) Докажите, что угол AEM равен углу CMK .

Б) Найдите отношение площадей треугольников AEM и CMK , если $AM : CM = 1 : 4$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(x - 2 + \sqrt{4a - a^2 - 3})\left(\sqrt{a^2 + (x - 3)^2} + \sqrt{(a - 1)^2 + (x - 2)^2} - \sqrt{2}\right)(x - 2) = 0$$

имеет не менее двух решений на отрезке $[1,5; 2,5]$.

19. В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 40 тонн. В некоторых из этих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 60% от общего количества контейнеров.

А) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 50% от общей массы всех контейнеров?

Б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 40% от общей массы всех контейнеров?

В) Какую наибольшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.