

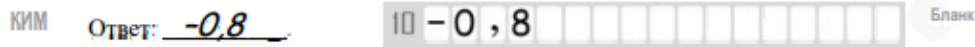
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 461

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

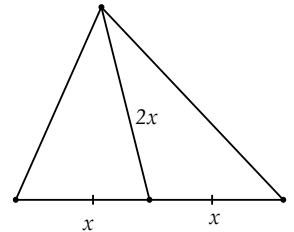
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

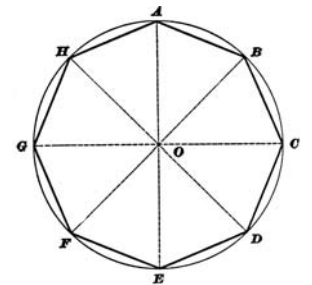
1. Две стороны треугольника равны 3 и 4. Найдите произведение третьей стороны и медианы, проведенной к этой стороне, если эта медиана равна третьей стороне треугольника.

Ответ: _____.



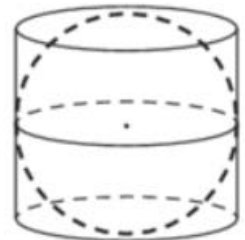
2. Дан правильный восьмиугольник ABCDEFGH, точка O – его центр. Найдите радиус вписанной окружности этого многоугольника, если скалярное произведение векторов $\vec{OA} + \vec{OB}$ и $\vec{OB} + \vec{OC}$ равно $450\sqrt{2}$.

Ответ: _____.



3. Около шара описан цилиндр, объем которого равен 42. Найдите объем шара.

Ответ: _____.



4. Из 800 поступивших в продажу аккумуляторных батарей в среднем 780 батарей уже заряжены. Найдите вероятность того, что взятая наугад батарея будет не заряжена.

Ответ: _____.

5. Для некоторого стрелка вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что сделав четыре выстрела, стрелок попадет в мишень ровно два раза.

Ответ: _____.

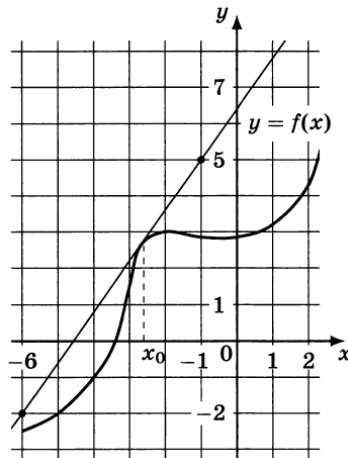
6. Решите уравнение $\log_2\left(\frac{1}{8} - x\right) = \log_2\left(\frac{1}{8} + 3x\right) - 1$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $(0,0016^{0,75} \cdot 0,04^{2,5})^{0,125}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

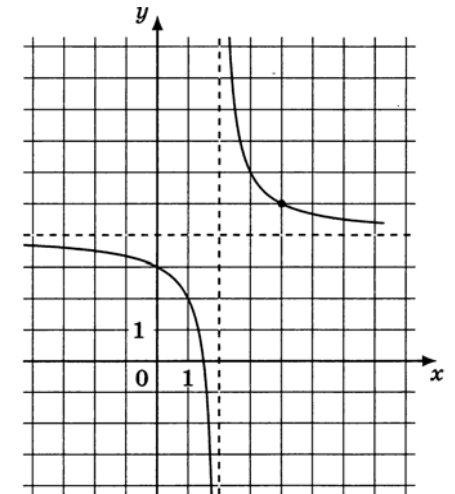
9. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,2 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, где p – давление в газе (в Па), V – объем газа (в м^3), $k = \frac{5}{3}$. Найдите, какой объем V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $3,75 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Ответ: _____.

10. Два мячика летели с одинаковой скоростью, хотя и были брошены разными мальчиками друг в друга. К счастью, оба мячика промахнулись. Первый мяч был в воздухе 8 секунд, а второй – на 2 секунды меньше. Второй мяч пролетел меньше первого на 6 метров. Какое расстояние (в м) пролетел первый мяч?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции вида $f(x) = \frac{a}{x+b} + c$, где числа a, b и c – целые. Найдите значение x , при котором $f(x) = -4$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = -2\text{tg}x + 4x - \pi + 15$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\frac{1}{\cos x + \cos 7x} + \frac{1}{\cos x + \cos 9x} + \frac{1}{\cos x + \cos 11x} = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi \log_{\frac{\pi}{3}} \frac{\pi^2}{9}; 0,5\pi \log_{\frac{\pi}{3}} \frac{\pi^7}{2187} \right]$.

14. Диагональ B_1D куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ перпендикулярна плоскости α , причем B_1 лежит в плоскости α . Грани куба с вершиной D продолжены до пересечения с плоскостью α , и высекают в ней треугольник MNF .

А) Докажите, что пирамида $DMNF$ правильная.

Б) Найдите объем пирамиды $DMNF$, если ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 6.

15. Решите неравенство: $\log_5(1 - x^2 - 4x) \geq 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi x}{4}\right)$

16. Два инвестора вложили деньги в общий бизнес. После этого один из них добавил еще 1 миллион рублей, в результате чего его доля в общем бизнесе увеличилась на 0,05, а когда он добавил еще 1 миллион рублей, его доля увеличилась еще на 0,04. Сколько миллионов рублей ему надо добавить еще, чтобы увеличить свою долю еще на 0,06?

17. В треугольнике ABC точка D лежит на стороне BC . В треугольники ABD и ACD вписаны окружности, и к ним проведена общая внешняя касательная (отличная от BC), пересекающая AD в точке K .

А) Докажите, что длина отрезка AK не зависит от положения точки D на BC .

Б) Найдите длину отрезка AK , если периметр треугольника ABC равен 20, а сторона BC равна 5.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 3xy + 3ax - ay - a^2 - 3 = 0, \\ 9x^2 + 9y^2 - 6ax + 18ay + 7a^2 - 2a - 17 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. Дано уравнение вида $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0$, где a, b и c – различные натуральные числа.

А) Будет ли оно иметь решение при $c = 25$?

Б) Будет ли оно иметь решение при $c = 12$?

В) Найдите две пары a и b разной чётности (в каждой паре одно число четное, а другое нечетное) при $c = 14$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.