

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 454

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

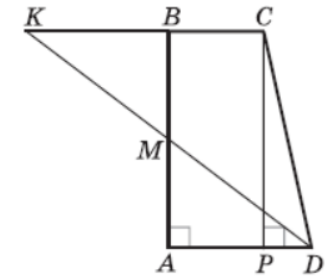
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

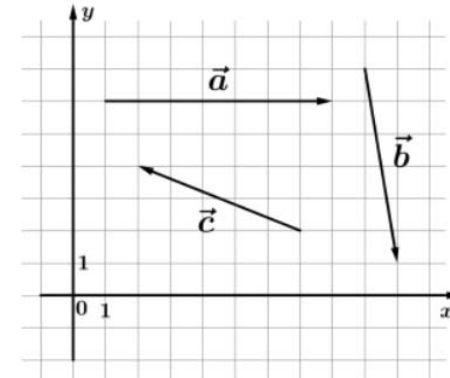
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции ABCD.



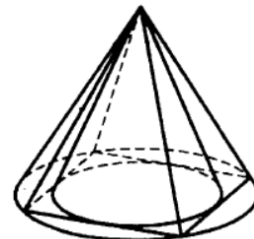
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} . Найдите значение скалярного произведения $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c}$.



Ответ: _____.

3. Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?



Ответ: _____.

4. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 9 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 6 очков, в случае ничьей — 3 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Ответ: _____.

5. Анна бросила одновременно две игральные кости, и ни на одной из них не выпало два очка. Какова вероятность при этом условии, что в сумме выпало 12 очков?

Ответ: _____.

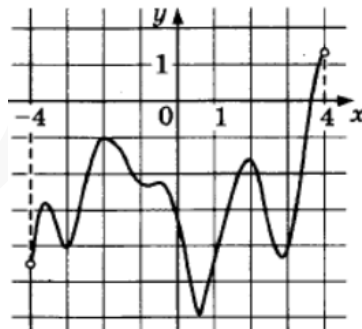
6. Решите уравнение $\sqrt[4]{|x-3|^{x+1}} = \sqrt[3]{|x-3|^{x-2}}$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите их сумму.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения: $\log_{64} \log_2 3 + \log_8 \sqrt{\log_3 5} + \log_4 \sqrt[3]{\log_5 256}$

Ответ: _____.

8. Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-4; 4)$. На рисунке изображен график ее производной. Определите, сколько существует касательных к графику функции $y = f(x)$, которые параллельны прямой $y = 8 - 3x$ или совпадают с ней.



Ответ: _____.

9. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $V_0 = 64$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $19,2$ км/ч².

Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле $S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$,

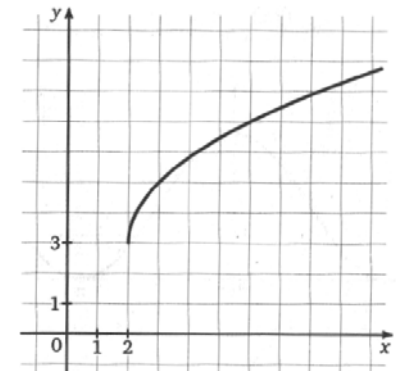
где t время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на $22,4$ км. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

10. Сплав из двух металлов массой в 40 кг содержит 15% одного из них. Сколько кг этого металла надо добавить к сплаву, чтобы его процентное содержание увеличилось до 32%?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a\sqrt{x+b} + c$. Найдите $f(66)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 3x^5 - 40x^3 - 135x - 700$ на отрезке $[-7; 5]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $2|\sin x| + \log_{\lg x} \left(-\frac{|\cos x|}{\sin x} \right) = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$

14. В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырехугольник $ABCD$, в котором $AB = BC = \sqrt{5}$, $AD = DC = \sqrt{2}$, $AC = 2$, а ребро SD перпендикулярно плоскости основания пирамиды. Известно, что $SA + SB = 2 + \sqrt{5}$.

А) Найдите объем пирамиды

Б) Найдите радиус шара, касающегося граней $ABCD$, SAB , SBC и ребра SD .

15. Решите неравенство: $5^{\log_x 2} \cdot \log_2 x + 5^{\log_2 x} \cdot \log_x 2 \leq 10$

16. Фёдор отложил 15 января 2023 года определённую сумму денег и планирует откладывать такую же сумму денег 15 июля и 15 января каждого года для того, чтобы через некоторое время купить пакет акций. Первого января 2023 года пакет акций стоил 132 000 рублей. Первого января и первого июля каждого года пакет акций дорожает на 30%. Какую наименьшую сумму нужно Фёдору откладывать каждые полгода, чтобы через некоторое время купить желаемый пакет акций?

17. В треугольник ABC вписана окружность с центром в точке O , которая касается стороны AB в точке K . Окружность в точке O_1 касается стороны AB в точке L , а также продолжений сторон AC и BC .

А) Докажите, что около четырёхугольника $AOBO_1$ можно описать окружность.

Б) Найдите площади четырёхугольников $AOBO_1$ и $KOLO_1$, если известно, что $AB = 8$, $AC = 6$, $BC = 10$.

18. Найдите все значения параметра b , при каждом из которых найдется такое число a , что система

$$\begin{cases} y = -b - x^2 \\ x^2 + y^2 + 8a^2 = 4 + 4a \cdot (x + y) \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение $(x; y)$

19. Все 36 учеников 11-го класса два раза писали тест, который может быть оценён в любое целое количество баллов от 0 до 100 включительно. Нецелое число баллов за тест никто получить не может. В результате каждого из двух тестирований средний балл всего класса, средний балл всех учеников, получивших менее 39 баллов, и средний балл всех учеников, получивших не менее 39 баллов, оказались целыми числами. При первом тестировании ровно трое учеников получили за тест менее 39 баллов каждый.

А) Найдите максимально возможный средний балл M всего класса по итогам первого тестирования. Какой при этом средний балл трёх учеников, показавших худшие результаты?

Б) Найдите минимально возможный средний балл всего класса по итогам первого тестирования. Какой при этом средний балл трёх учеников, показавших худшие результаты?

В) По итогам второго тестирования средний балл всего класса оказался равен $M + 1$. Найдите при этом условии количество N учеников, набравших не менее 39 баллов. Какой при этом средний балл у этих N учеников?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.