

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 444

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

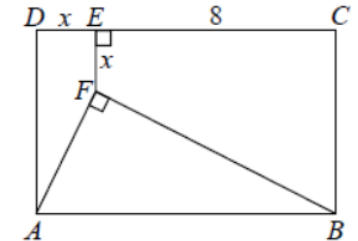
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

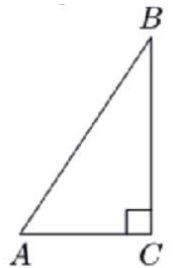
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В прямоугольнике ABCD: BC = 6, EC = 8, DE = EF = x. Найдите x.



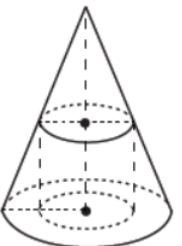
Ответ: _____.

2. В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен $\sqrt{3}$. Найдите скалярное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.



Ответ: _____.

3. Цилиндр вписан в конус. Высота конуса в два раза больше высоты цилиндра. Найдите объём конуса, если объём цилиндра равен 24.



Ответ: _____.

4. В Изумрудном городе бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня, 3 июля, погода в Изумрудном городе хорошая. Найдите вероятность того, что 7 июля в Изумрудном городе будет отличная погода.

Ответ: _____.

5. Стрелок сделал 10 выстрелов по мишени. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8. Найти математическое ожидание числа попаданий.

Ответ: _____.

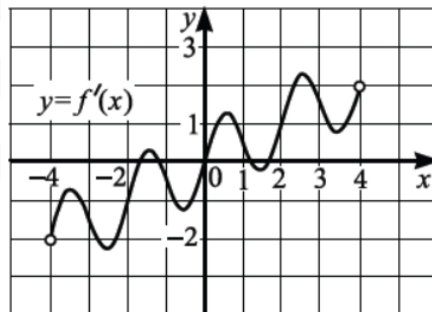
6. Найдите наименьший положительный корень уравнения: $\cos \frac{\pi(2x-1)}{3} = \frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $4x + \sqrt{16x^2 - 56x + 49}$ при $x = -444$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$ на промежутке $(-4; 4)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 0,5x + 1$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

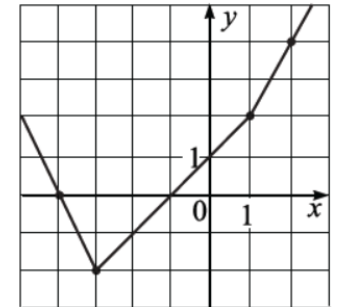
9. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = h_0 + v_0t - \frac{gt^2}{2}$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска, $h_0 = 2$ и $v_0 = 10$ — соответственно начальные высота (в метрах) и скорость (в м/с) мяча, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 5,2 метра?

Ответ: _____.

10. Из одной точки круговой трассы длиной 60 км в разных направлениях стартовали два мотоциклиста. Через 2 часа они встретились в четвёртый раз при движении по трассе. Скорость одного из мотоциклистов равна 64 км/ч. Найдите скорость другого. Ответ запишите в км/ч.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = |ax + b| + |cx + d| - r$. Найдите $|ac|$.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-1; 4]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $(2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x) \cdot \log_3(\operatorname{tg} x) = 0$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

14. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 5. На его ребре AA_1 отмечена точка M так, что $A_1 M = 3$. Через точки M и B_1 проведена плоскость α , параллельная AC_1 .

А) Докажите, что плоскость α делит ребро DD_1 в отношении 1 : 4, считая от вершины D_1 .

Б) Найдите объем большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

15. Решите неравенство: $\log_2 x - 5\sqrt{\log_2 x} + 6 \geq \frac{31 - 5\sqrt{\log_2 x}}{\log_2 x + 5\sqrt{\log_2 x} + 7}$.

16. Планируется построить новый завод, который ежегодно будет выпускать x тыс. ед. продукции, причем затраты на производство этого количества продукции составят $0,25x^2 + 5x$ млн рублей в год. Кроме того планируется, что транспортные расходы на доставку продукции до места реализации составят $x + 24$ млн рублей в год. После продажи продукции (x тыс. ед.) по цене p тыс. рублей (где p — целое число) за единицу ежегодная прибыль завода (в млн рублей) составит разность между полученной суммой денег и суммарных затрат по производству продукции и транспортных расходов. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 6 лет, если расходы по его строительству оцениваются в размере 150 млн рублей?

17. В остроугольном треугольнике ABC отмечены H — точка пересечения высот, O — центр описанной окружности, а A_1 — середина BC . Луч $A_1 H$ пересекает описанную окружность треугольника ABC в точке D . Оказалось, что $DH = 2A_1 H$.

А) Докажите, то $OH \perp DA_1$.

Б) Пусть дополнительно известно, что описанная окружность около треугольника OHA_1 касается AH . Найдите угол между прямыми AA_1 и BC .

(автор задачи Артур Анищенко)

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{|x-1| + |x+1|}{2} - 7 \right)^2 + \left(\frac{|y-7| + |y+7|}{2} + 1 \right)^2 = 100 \\ y = ax + 8 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. Даны два набора чисел: в первом наборе каждое число равно 175, а во втором — каждое число равно 80. Среднее арифметическое всех чисел двух наборов равно 145.

А) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число n . Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 132?

Б) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число m . Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 135?

В) Каждое число одного набора увеличили на натуральное число k , одновременно уменьшив на k каждое число другого набора, при условии, что все числа остались положительными. Какие целые значения может принимать среднее арифметическое всех чисел двух наборов?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.