

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 439

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**1.** Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 51, а основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Дан правильный восьмиугольник  $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ , точка  $O$  – его центр, радиус описанной окружности этого многоугольника равен 15. Найдите скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_3}$  и  $\overrightarrow{OA_5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины ребер  $AB = 28$ ,  $AD = 22$ ,  $AA_1 = 14$ . Найдите расстояние от вершины  $D$  до центра грани  $AA_1 B_1 B$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** В группе 26 девочек, среди них две подруги – Даша и Инна. Девочек случайным образом разбивают на две равные по численности команды. Найдите вероятность того, что Даша и Инна окажутся в одной команде.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** В таблице показано распределение случайной величины  $X$ . Найдите  $EX$  – математическое ожидание этой случайной величины.

|              |     |     |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Значения $X$ | -4  | -1  | 0   | 2   | 3   |
| Вероятности  | 0,1 | 0,4 | 0,2 | 0,2 | 0,1 |

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Решите уравнение  $0,6^{0,5x-15} = \frac{25\sqrt{15}}{27}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $\log_a \frac{\sqrt[5]{a^2 b}}{\sqrt[10]{\sqrt{ab^3}}}$ , если  $a^{13} - b^{10} = 0$ ,  $a, b > 0, a \neq 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. При движении тела по прямой расстояние  $S$  (в метрах) до точки отсчета изменялось по закону:  $S(t) = 4t^2 + 7t$ , где  $t$  – время в секундах, прошедшее от начала движения. Вычислите скорость тела (в м/с) через 4 секунды после начала движения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

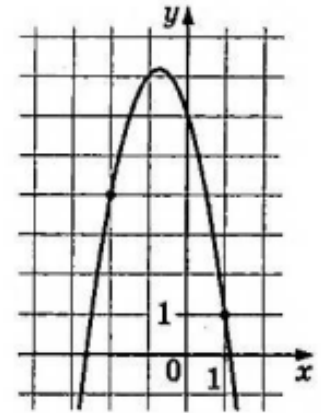
9. Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой:  $h(t) = 1,8 + 8t - 5t^2$ , где  $h$  – высота в метрах,  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 4,2 метра?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, а оставшиеся две трети – со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = ax^2 - 3x + c$ . Найдите  $f(-4)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите точку минимума функции  $y = (17 - 6\sqrt{x}) \cdot e^{1-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение  $(8\sin^2 x + 14\sin x + 5) \cdot \log_3(\cos x) = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-3\pi; -\frac{\pi}{3}\right]$ .

14. В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  длина бокового ребра  $AA_1$  равна 2. Шар с центром в точке  $O$  касается всех граней этой призмы. Точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  – середины ребер  $AB$ ,  $A_1 B_1$  и  $CC_1$  соответственно,  $P$  – точка пересечения прямой  $NO$  с плоскостью основания  $ABC$ .

А) Докажите, что прямые  $PK$  и  $MO$  параллельны.

Б) Найдите расстояние от точки  $O$  до плоскости  $APK$ .

15. Решите неравенство:  $\log_2 x \cdot \log_3 x - 2\log_2 x - 3\log_3 x \geq -6$

16. Юрий Владимирович взял кредит в банке на 12 лет под 16% годовых. Условия возврата таковы: за первый год пользования кредитом он выплачивает  $\frac{1}{12}$  часть тела кредита, за второй год –  $\frac{1}{11}$  часть оставшегося тела кредита, за третий год –  $\frac{1}{10}$  часть нового остатка тела кредита и т.д., за 12-й год выплачивает оставшуюся часть тела кредита.

Проценты за пользование кредитом выплачиваются в конце каждого года пользования кредитом солидарно с предприятием – работодателем Юрия Владимировича. При этом предприятие выплачивает четверть процентной ставки, а остальную часть процентной ставки выплачивает заемщик.

Какую сумму в тысячах рублей должен будет заплатить Юрий Владимирович за пятый год пользования кредитом вместе с долей процентной ставки (без доли предприятия), если общая сумма затрат предприятия составляет 624 тысячи рублей?

17. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  продолжение биссектрисы  $CK$  этого треугольника (точка  $K$  лежит на гипотенузе  $AB$ ) пересекает его описанную окружность в точке  $L$ . Прямая, проходящая через точку  $L$  и середину гипотенузы  $AB$ , пересекает вторично описанную окружность треугольника  $ABC$  в точке  $M$  и пересекает катет  $BC$  в точке  $P$ .

А) Докажите, что прямая  $MK$  является касательной к описанной окружности треугольника  $BMP$ .

Б) Найдите площадь треугольника  $MKP$ , если  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 \sqrt{x} - 3x\sqrt{x} - x^2 a + 3ax + a^2 \sqrt{x} - 4a\sqrt{x} - a^3 + 4a^2}{x^2 - a^2} = 0$$

имеет нечетное число корней на отрезке  $[1; 4]$ .

19. На онлайн-курсах английского языка используется одна из схем ускоренного запоминания иностранных слов.

Предлагается разделить программу обучения на  $n$  уроков продолжительностью 1, 2, 3, ...,  $n$  минут. Преподаватель курсов уверяет, что за несколько дней можно посмотреть все уроки по одному разу, выделяя на занятие ровно 15 минут каждый день. Каждый урок необходимо смотреть от начала до конца в течение дня в любой последовательности.

А) Возможно ли это при  $n = 5$ ?

Б) Возможно ли это при  $n = 10$ ?

В) Найдите все натуральные  $n$ , при которых это возможно.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.