Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 418

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Периметр прямоугольной трапеции равен 22, а более длинная из ее боковых сторон равна 7. Найдите площадь трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность.

Ответ: ________________________.

2. Расстояние от точки A окружности нижнего основания цилиндра до центра O_1 его верхнего основания равно 10, образующая цилиндра равна 8. Найдите объем V цилиндра. В ответе запишите величину $\frac{V}{\pi}$.

Ответ: ________________________.

3. На фестивале органной музыки выступают 15 исполнителей, по одному от одной европейской страны. Порядок, в котором они выступают, определяется жребием. Какова вероятность того, что представитель Венгрии будет выступать после представителя Сербии, но перед музыкантом из Австрии? Результат округлите сотых.

Ответ: ________________________.

4. В ветеринарной лаборатории проводятся анализы на лямблиоз. Если анализ не показывает заболевания, говорят, что результат анализа отрицательный, в противном случае – что результат положительный. Вероятность ложного отрицательного анализа у больной лямблиозом собаки равна 0,6. Если анализ отрицательный, врач назначает повторный анализ. Третий анализ не назначается. Найдите вероятность того, что с помощью такой процедуры у больной лямблиозом собаки удастся выявить это заболевание.

Ответ: ________________________.

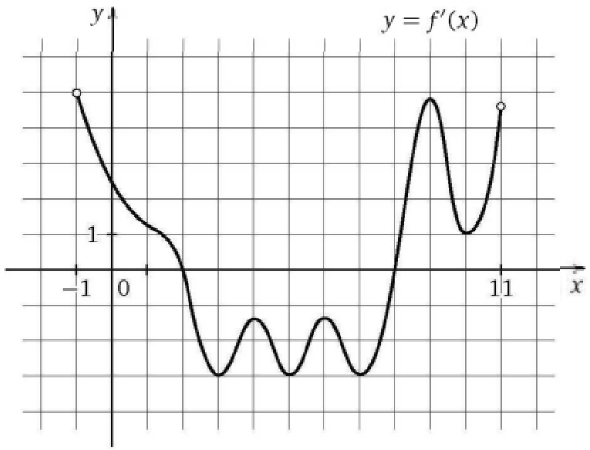
5. Решите уравнение $6^{4x-3} \cdot 4^{3-4x} = 2{,}25$.

Ответ: ________________________.

6. Найдите значение выражения $\sqrt{3} - \sqrt{12} \cdot \cos^2 \dfrac{29\pi}{12}$

Ответ: ________________________.

7. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ – производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале (–1;11). Найдите длину промежутка убывания этой функции.



Ответ: ________________________.

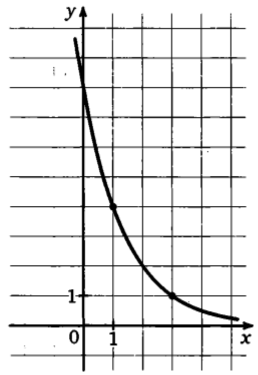
8. Масса радиоактивного вещества m с течением времени меняется по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где T – период полураспада этого вещества, m_0 – масса вещества в момент начала наблюдения, t – время, прошедшее от начала наблюдения. Через 6 минут после начала опыта масса вещества была равна 176 г, а через 54 минуты после начала опыта масса вещества стала равна 5,5 г. Определите период полураспада T этого изотопа. Ответ выразите в минутах.

Ответ: ________________________.

9. На хранение было отправлено несколько тонн фруктов, с содержанием воды 95%. За время хранения содержание воды в фруктах стало 94%, в результате чего их вес стал составлять 4 тонны. Сколько тонн фруктов было отправлено на хранение?

Ответ: ________________________.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = a^{x+b}$. Найдите $f(-2)$.



Ответ: ________________________.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = 4x^2 - 10x + 2\ln x - 5$ на отрезке $[0{,}3;3]$.

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $2\sin^2 x-(2+\sqrt{3})\cos(\frac{\pi}{2}-x)+\sqrt{3}=0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi;\frac{\pi}{2}\right]$.

13. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды SABCDEF равна 6. Боковое ребро наклонено к основанию под углом 45^0. Через меньшую диагональ основания AC проведено сечение, которое пересекает противоположное к ней ребро пирамиды SE на расстоянии $\frac{3}{\sqrt{2}}$ от вершины пирамиды S.

А) Докажите, что это сечение перпендикулярно боковому ребру SE.
Б) Найдите площадь сечения

14. Решите неравенство: $\log_{|x-1|}\left(4-|x+2|\right)\le 1$

15. Наталья Дмитриевна владеет облигациями, которые стоят n^2 тыс. рублей в конце года n, $(n=1,2,...)$. В конце любого года Наталья Дмитриевна может их продать и положить деньги на счет в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться в $1+m$ раз.

Наталья Дмитриевна хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать восьмого года сумма на ее счете была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать третьего года. При каких положительных значениях m это возможно?

16. В треугольнике ABC на сторонах BC, AC и AB взяты соответственно точки A_1, B_1, C_1 так, что прямые AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке.

А) Докажите, что $\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}\cdot\frac{AC_1}{C_1B}=1$

Б) Пусть P – точка пересечения прямых AA_1, BB_1, CC_1. Найдите отношение $\frac{AP}{PA_1}$, если известно, что точки B_1 и C_1 делят стороны AC и AB соответственно в отношениях 3:2 и 2:1, считая от вершины A.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$2\cdot 64^x-3\cdot(a+2)\cdot 16^x+12a\cdot 4^x-18a+27=0$$

имеет три корня.

18. В течение n дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждые из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество чисел меньше, чем в предыдущий день.

А) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 8. Может ли n быть больше 7?
Б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 4, среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4,5?
В) Известно, что $n=4$. Какое наименьшее количество чисел могло быть записано за все эти дни?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

