

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 411

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

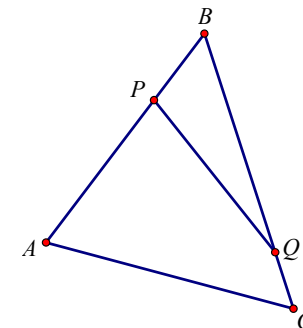
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. На сторонах АВ и ВС треугольника ABC выбраны соответственно точки P и Q так, что $BP : PA = 1 : 2$, $BQ : QC = 4 : 1$. Найдите отношение площади четырехугольника ACQP к площади треугольника PBQ.



Ответ: _____.

2. У шарообразной капсулы из свинца площадь поверхности внутренней сферы капсулы равна 36π , а площадь поверхности внешней сферы равна 100π . Найдите толщину капсулы, если известно, что внешняя и внутренняя сферы имеют общий центр.

Ответ: _____.

3. В шахматной партии, которую Остап Бендер играет с любителем шахмат города Васюки, вероятность выигрыша Остапа равна 0,001, вероятность ничьей равна 0,01. Найдите вероятность того, что Остап не проиграет.

Ответ: _____.

4. Бактерия через 15 минут жизни делится на две такие же бактерии с вероятностью 0,75 или погибает с вероятностью 0,25. Вначале в пробирке была одна бактерия. Найдите вероятность того, что через некоторое время в пробирке не останется ни одной живой бактерии. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

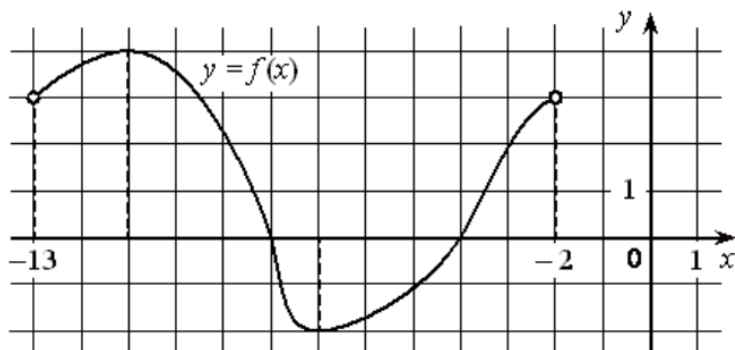
5. Решите уравнение $4^{\frac{x+3}{x}} + 4^{\frac{2x+3}{x}} = 320$

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{78})^{n+1}}{(\sqrt{13})^{n-3}}$, если $6^n = 54$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-13; -2)$. Найдите точку из отрезка $[-10; -3]$, в которой производная функции $y = f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

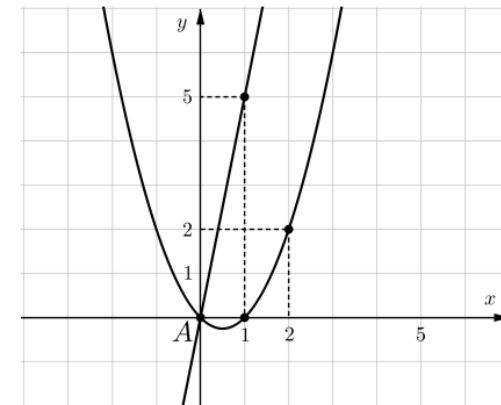
8. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 190 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 780 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: _____.

9. Из пункта В в пункт А вышел пешеход. Через 6 часов из пункта А в пункт В навстречу первому вышел второй пешеход. При встрече выяснилось, что второй пешеход прошел на 12 км меньше первого. Отдохнув, они одновременно покинули место встречи и продолжили путь, каждый в своем направлении с прежней скоростью. В результате второй пешеход пришел в пункт В через 8 часов, а первый – в пункт А через 9 часов после встречи. Найдите расстояние (в км) между пунктами А и В.

Ответ: _____.

10. Графики функций $y = kx$ и $y = ax^2 + bx$ пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

11. Найдите точку минимума функции $y = 5^{x^2+28x+21}$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение

$$2 \log_4^2(\sin x) - x^2 + 21 = (\sqrt{25 - x^2})^2 + 7 \log_4(\sin x)$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

13. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC$, $AC = 16$. На ребре BB_1 выбрана точка F так, что $BF : B_1F = 3 : 5$. Угол между плоскостями AA_1C и AFC равен 45° .

А) Докажите, что расстояние между прямыми AB и A_1C_1 равно боковому ребру призмы.

Б) Найдите расстояние между прямыми AB и A_1C_1 , если $FC = 10$.

14. Решите неравенство: $\left(\frac{5^x - 8}{5^x - 25} + \frac{15}{25^x - 5^{x+2}}\right) \sqrt{18x^2 - 24x + 8} \geq 0$

15. Павел положил 1 млн рублей на счет в банк на некоторое количество лет. В конце каждого года его вклад увеличивается на 15%. Потом Павел переложил все деньги в другой банк. Во втором банке вклад увеличивался на 20% в конце каждого года. Через несколько лет вклад Павла составил 2285280 рублей. Сколько лет вклад Павла хранился во втором банке?

16. В угол вписано несколько окружностей, радиусы которых возрастают. Каждая следующая окружность касается предыдущей окружности. Длина радиуса первой окружности равна 1, а площадь круга, ограниченного четвертой окружностью, равна 64π .

А) Докажите, что длины радиусов окружностей образуют геометрическую прогрессию.

Б) Найдите сумму длин второй и третьей окружностей.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$\frac{x^2 + 4x}{\sqrt{a - x^2 - ax - 6x + 7}} = \frac{2a - a^2 + 31}{\sqrt{a - x^2 - ax - 6x + 7}}$$

имеет ровно один корень.

18. На доске в одну строку слева направо написаны n натуральных чисел, причём каждое следующее из них является квадратом предыдущего.

А) Могли ли при $n = 3$ на доске быть написаны ровно 11 цифр (например, если на доске написаны числа 5, 25 и 625, то написаны ровно 6 цифр)?

Б) Могли ли при $n = 3$ на доске быть написаны ровно 12 цифр?

В) Какое самое маленькое число может быть написано на доске при $n = 4$, если на доске написано ровно 22 цифры?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.