

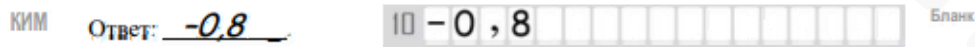
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 392

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

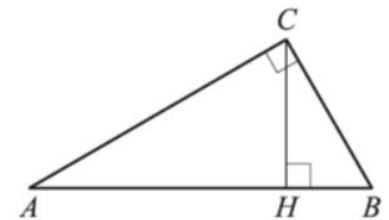
Ответ: _____.

2. В коробке 6 красных и 4 синих карандашей. По очереди из коробки извлекают два случайных карандаша. Найдите вероятность того, что сначала появится красный, а затем — синий карандаш. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, AC=7,

$\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AH.

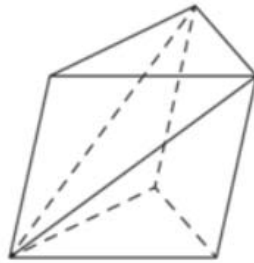


Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\frac{\sin(\alpha - \pi) - 3 \cos\left(-\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha - 3\pi)}$

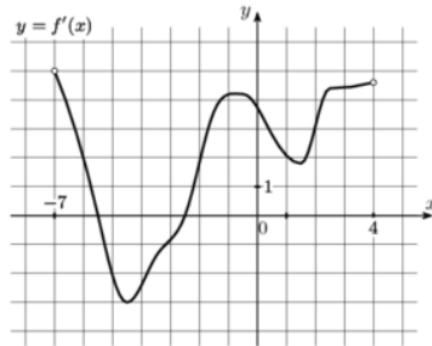
Ответ: _____.

5. От треугольной призмы, объём которой равен 6, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объём оставшейся части.



Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 4)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: _____.

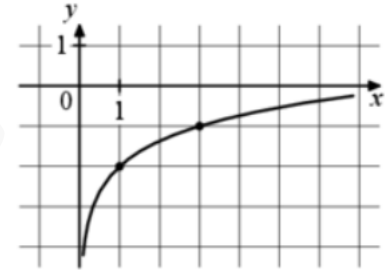
7. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 6,4 километров. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 9,6 километров?

Ответ: _____.

8. Из первого бака перелили 30% имевшейся в нем воды во второй бак, а затем из второго перелили 40% имеющейся в нем воды в третий бак. В итоге количество воды в третьем баке увеличилось на 32%. Сколько воды отлили из первого бака, если известно, что первоначально в первом и третьем баках воды было поровну, а во втором баке было 60 л.?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 2$



Ответ: _____.

10. В торговом центре установлены два автомата, продающие кофе. Вероятность того, что к концу дня кофе закончится в каждом отдельном автомате, равна 0,3. В обоих автоматах кофе заканчивается к вечеру с вероятностью 0,21. Вечером пришёл мастер, чтобы обслужить автоматы, и обнаружил, что в первом кофе закончился. Какова теперь вероятность того, что во втором автомате кофе тоже закончился?

Ответ: _____.

11. Найдите точку максимума функции $y = (2x^2 - 30x + 30) \cdot e^{x+30}$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\sin^2 x + 0,5 \sin 2x + x^{\ln 1} = 1$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

13. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 3 и боковое ребро равно 9. Точка М - середина ребра A_1C_1 , точка О – точка пересечения диагоналей грани ABB_1A_1

А) Докажите, что точка пересечения OC_1 с четырехугольником, являющимся сечением призмы плоскостью АВМ, совпадает с точкой пересечения диагоналей этого четырехугольника

Б) Найдите угол между OC_1 и сечением призмы плоскостью АВМ

14. Решите неравенство: $\log_{625x} 25 \cdot \log_{0,2}^2(25x) \leq 2$

15. Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5000Q + 3000000$ рублей. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t рублей ($0 < t < 15000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5000Q - 3000000 - tQ$ рублей, а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ рублей.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

16. Пятиугольник ABCDE вписан в окружность. Известно, что $AB=AE$. Отрезок BE пересекает AC в точке М, а отрезок AD в точке N.

А) Докажите, что точки С, D, М, N лежат на одной окружности

Б) Точка О – центр описанной вокруг треугольника CMD окружности. Найдите радиус этой окружности, если $AO = 12$, $AB = 4$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a|x + 8| + (2 - a)|x - 8| + 6 = 0$$

имеет ровно два различных решения.

18. Для каждого натурального числа n обозначим через a_n максимальный делитель числа n , являющийся квадратом натурального числа, и $b_n = \frac{n}{a_n}$.

А) Может ли у числа b_n быть 18 делителей?

Б) Для скольких натуральных чисел n ($1 \leq n \leq 1000$) выполняется равенство $a_n = 25$?

В) Последняя цифра числа n равна 9. Чему равна сумма последних цифр чисел a_n и b_n ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.