

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 378

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

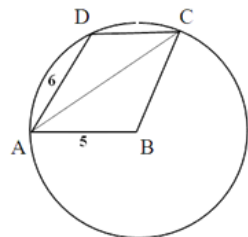
1. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{32-x}{-x}} = 3$.

Ответ: _____.

2. В торговом центре два одинаковых автомата продают лимонад. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится лимонад, равна 0,8. Вероятность того, что лимонад закончится в обоих автоматах, равна 0,72. Найдите вероятность того, что к концу дня лимонад останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

3. В трапеции ABCD ($AB \parallel CD$) $AD=6$. Окружность с центром в точке B и радиусом, равным 5, проходит через точки A, D и C. Найдите диагональ AC.

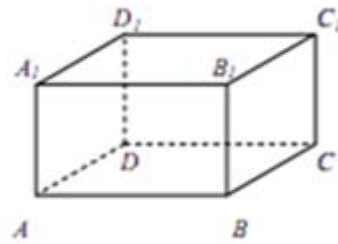


Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\frac{5 \sin(3\pi - \alpha) + 7 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{2 \sin(\pi - \alpha)}$

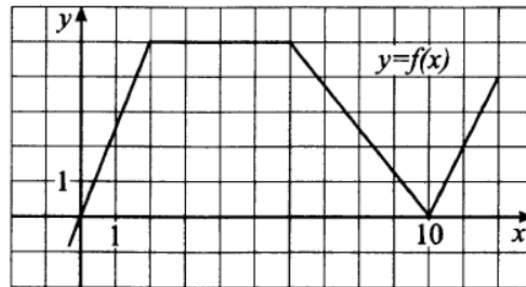
Ответ: _____.

5. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AB=AD=3$, $AA_1=2\sqrt{2}$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки B , A_1 и C_1 .



Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите $F(10) - F(3)$, где $F(x)$ - одна из первообразных функции $f(x)$



Ответ: _____.

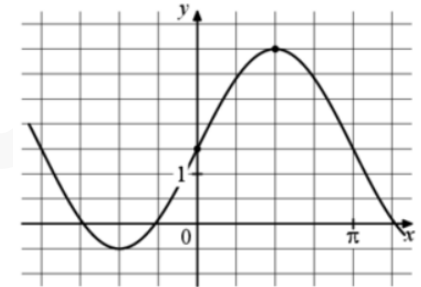
7. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t - время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0=20$ м - начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{500}$ - отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g - ускорение свободного падения (считайте $g=10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

Ответ: _____.

8. Часы со стрелками показывают 2 часа 25 минут. Через сколько минут минутная стрелка в девятый раз поравняется с часовой?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \sin x + b$. Найдите a .



Ответ: _____.

10. Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадет ровно 5 орлов» больше вероятности события «выпадет ровно 4 орла»?

Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = 6x - 3 \cos 2x - 3\pi$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \cos 2x = \sqrt{6} \sin x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$

13. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребра $BC=8$, $CD=3$, $BB_1=6$. Точка Q – середина ребра CC_1

А) Докажите, что угол между плоскостями BD_1Q и ABC равен $\arccos \frac{8}{\sqrt{137}}$

Б) Найдите расстояние от точки A до плоскости BD_1Q

14. Решите неравенство: $\frac{36^x - 6^{x+1} + 3}{6^x - 5} + \frac{6^{x+1} - 39}{6^x - 7} \leq 6^x + 5$

15. 16 января планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- на 15-е число каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен уменьшаться на 6 тысяч рублей;
- к 15-му числу 21-го месяца долг должен быть погашен полностью.

Сколько тысяч рублей должен составлять долг на 15-е число 20-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 187,8 тысяч рублей?

16. В треугольнике ABC медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O . Точки K, L, M принадлежат отрезкам AA_1 , BB_1 и CC_1 соответственно, причем $AK=KA_1$, $BL:LB_1=1:4$, $CM:MC_1=1:3$. Площадь треугольника ABC равна 200.

А) Докажите, что $OL:BB_1=7:15$

Б) Найдите площадь треугольника KLM

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_4(2x-1) \cdot \sqrt{x^2 - 4x + 4a - a^2} = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;2]$

18. Натуральное число будем называть *симметричным*, если оно совпадает с числом, записанным теми же цифрами в обратном порядке.

А) Будет ли симметричное число с четным количеством цифр делиться на 11?

Б) К трехзначному числу припишем справа это же число. Будет ли полученное шестизначное число точным квадратом?

В) Какие шестизначные симметричные числа делятся на 77? Сколько всего таких чисел?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.