

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 368

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $3 \log_8(x-2) = \log_2 \sqrt{2x-1}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из них.

Ответ: _____.

2. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Ответ: _____.

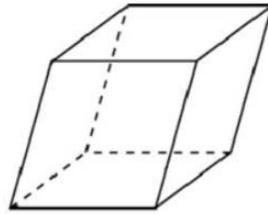
3. В треугольнике ABC сторона AB равна 10, угол A-острый. Найдите медиану BM, если AC=20, а площадь треугольника ABC равна 96.

Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{7-4\sqrt{3}}{5-2\sqrt{6}}} - \sqrt{\frac{6-4\sqrt{2}}{5+2\sqrt{6}}} - 4\sqrt{2}$

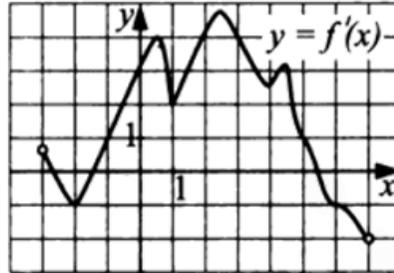
Ответ: _____.

5. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 45° . Одно из рёбер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол 45° и равно 7. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____.

6. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 7)$. На рисунке изображён график её производной $y = f'(x)$. Найдите число касательных к графику функции $y = f(x)$, которые наклонены под углом 150° к положительному направлению оси абсцисс.



Ответ: _____.

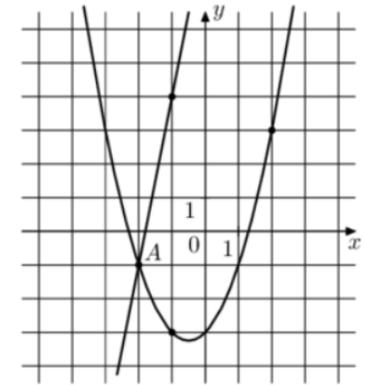
7. Автомобиль, масса которого равна $m = 2160$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 500$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____.

8. Два станка одновременно начали штамповать детали с производительностью 70 деталей в минуту каждый. Через час пустили в работу третий станок. В этот момент первый станок снизил свою производительность на 10 деталей в минуту. Через некоторое время на третьем станке было сделано столько деталей, сколько было к этому моменту на первом, а еще через 3,5 часа он сравнялся по числу сделанных деталей со вторым. Найти производительность работы третьего станка (в деталях в минуту).

Ответ: _____.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

10. Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придётся купить ещё 2 или 3 шоколадных яйца?

Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = 6x - 3 \sin x - 5\pi$ на отрезке $\left[\frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\frac{\cos x - 1}{\cos x} + 2\operatorname{ctg}x \cdot \sin x = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$

13. В основании прямой призмы $KBCDK_1B_1C_1D_1$ лежит ромб $KBCD$ со стороной, равной 4 и углом $\angle KCB$, равным 60° . Точки E и F являются соответственно серединами сторон KD и KB нижнего основания призмы. Прямые B_1E и D_1F пересекаются в точке O так, что угол $\angle B_1OD_1$ равен 90° .

А) Докажите, что угол между плоскостями DD_1F и BB_1E равен 60°

Б) Найдите объем пирамиды EFK_1C_1

14. Решите неравенство:

$$\log_5 \left(\frac{81^{x^2} - 2 \cdot 3^{2x^2} + 4}{4 \cdot 2^{2x^2} - 2^{2+x^2} + 4} \right) + 3^{-\log_3(2 \cdot 2^{x^2} - 1)} > 2^{-\log_2(3^{2x^2} - 1)}$$

15. 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 3,6 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько тысяч рублей увеличится сумма всех выплат, если взять кредит с такими же условиями на 72 месяца?

16. В треугольнике ABC проведены BK - медиана, BE - биссектриса, AD - высота, известно, что прямые BK и BE делят отрезок AD на три равные части.

А) Докажите, что треугольник ABC - тупоугольный

Б) Найдите длину стороны AC , если $AB=4$

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\pi \cdot \cos(\pi^{2x-x^2}) = a - \sqrt{3} \cdot \pi \cdot \sin(\pi^{2x-x^2})$$

имеет ровно одно решение.

18. S_n - сумма первых n членов непостоянной бесконечной арифметической прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, состоящей из натуральных чисел ($S_1 = a_1$)

А) Существует ли такая арифметическая прогрессия указанного вида, что $S_6 = 1980$?

Б) Существует ли такая арифметическая прогрессия указанного вида, что для некоторого натурального числа n имеют место равенства $S_n = 350$ и $S_{n+2} = 625$?

В) Сколько существует таких натуральных чисел n , для каждого из которых существует такая арифметическая прогрессия указанного вида, что имеет место равенство $S_n = 625$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.