Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 2

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\left(9^{2x+5}\cdot\left(\sqrt{3}\right)^{2x}\right)^{x}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-x-2}$. Если уравнение имеет более одного корня, то запишите в ответе наименьший из них.

Ответ: ________________________.

2. Секцию по тхэквондо посещают 84 человека, среди них Андрей и Павел. Всех посещающих секцию делят на 3 равные по количеству спортсменов команды. Найдите вероятность того, что Андрей и Павел окажутся в одной команде. Ответ округлите до сотых.

Ответ: ________________________.

3. Точка O – центр окружности, вписанной в треугольник ABC. Сторона AB равна 5, а радиус окружности равен 2. Найдите площадь треугольника AOB.

Ответ: ________________________.

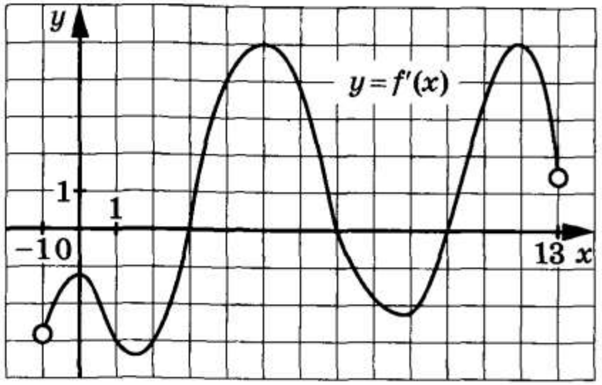
4. Вычислите $\dfrac{2022\sin 132^0}{\sin 228^0}$.

Ответ: ________________________.

5. Радиус окружности, вписанной в основание правильной треугольной пирамиды, равен 12, а длина бокового ребра пирамиды равна 26. Найдите высоту пирамиды.

Ответ: ________________________.

6. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ – производной функции *f(x)*, определенной на интервале (–1; 13). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой $y = -2x + 5$ или совпадает с ней.



Ответ: ________________________.

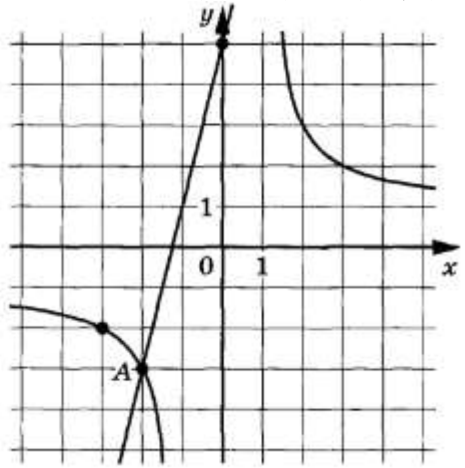
7. Два тела массой m = 2 кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?

Ответ: ________________________.

8. Байдарка в 10:00 вышла из пункта A в пункт B, расположенный в 15 км от A. Пробыв в пункте B 1 час 20 минут, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт A в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

Ответ: ________________________.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A(–2; –3) и B(x_0; y_0). Найдите x_0.



Ответ: ________________________.

10. Игральную кость бросили два раза. Известно, что три и шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков не меньше 3».

Ответ: ________________________.

11. Найдите точку максимума функции: $y = \ln(x + 9) - 10x + 7$

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$8\sin^2 x+3\sin 2x-1=0$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right)$

13. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра равны $\sqrt{13}$.

а) Докажите, что прямые CD и DN перпендикулярны, если D и N – середины ребер BB_1 и B_1A_1.

б) Найдите угол между плоскостями CDN и BCC_1.

14. Решите неравенство: $\log_{x^2-8}(x^2+10)\geq\log_{x^2-8}7+\log_{x^2-8}x$

15. В сентябре планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 2,5% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по август каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в сентябре каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на сентябрь предыдущего года.

Чему равна общая сумма выплат (в млн рублей) после полного погашения кредита, если сумма наибольшей годовой выплаты и наименьшей годовой выплаты долга составит 7,74 млн рублей?

16. В трапеции BCDE с основаниями CD и BE известно, что $BE=13,\ CD=3,\ CE=10$. На окружности, описанной около трапеции BCDE, взята отличная от E точка A так, что AC = 10.

а) Докажите, что AB = CD.

б) Найдите площадь пятиугольника ABCDE.

17. Найдите все значения параметра ***a***, при каждом из которых уравнение

$$3|x+a|-\sqrt{9-x^2}+a=0$$

имеет ровно один корень.

18. Последовательность задана рекуррентным способом: $a_1=1,\ a_2=2,$ $a_{n+2}=\frac{a_n}{a_{n+1}}$. Найдите:

а) сумму пяти первых членов этой последовательности;

б) $\log_2(a_{20})$;

в) произведение двадцати первых членов этой последовательности.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

