

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 350

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

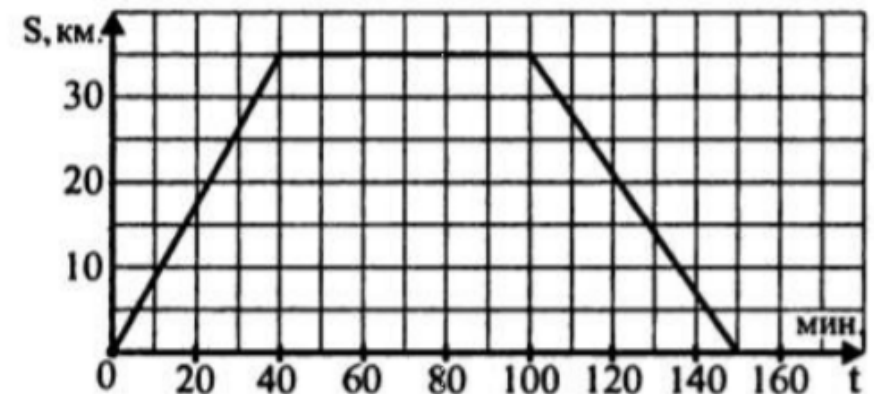
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Если Сергей купит 15 тетрадей, то у него останется 7 рублей, если же он купит 20 тетрадей, то ему не хватит 8 руб. Сколько денег у Сергея? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

2. Грузовая машина отправилась из магазина на склад, где провела некоторое время в процессе погрузки, и вернулась обратно по тому же самому маршруту. На рисунке изображен график движения этой машины: по оси абсцисс откладывается время (в минутах) с момента выезда машины от магазина, по оси ординат – расстояние от машины до магазина (в км, вдоль маршрута движения). Найдите по графику скорость машины при движении на склад. Ответ выразите в км/ч.



Ответ: _____.

3. Какой наименьший радиус может иметь окружность с центром в точке $A(-9; -6)$, если она касается окружности радиуса 1 с центром в точке $B(15; 12)$?

Ответ: _____.

4. Бросают 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на первой кости выпало не более 4 очков, при условии, что сумма очков четная. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение:

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \frac{205}{16} \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

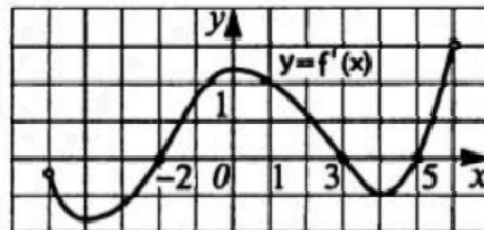
Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите наименьший корень.

Ответ: _____.

6. Площадь равнобедренной трапеции равна 180 см^2 . Найдите длину верхнего основания, если боковые стороны равны по 13 см, а нижнее основание 20 см. Ответ дайте в см.

Ответ: _____.

7. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 6)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку, в которой функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение.



Ответ: _____.

8. Точка, лежащая на окружности верхнего основания цилиндра, соединена с точкой, лежащей на окружности нижнего основания. Угол между проведенной прямой и осью цилиндра составляет 45° . Найдите радиус цилиндра, если длина отрезка, соединяющего выбранные точки, равна $7\sqrt{2}$, а радиус цилиндра равен его высоте.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Вычислить: $\sin \left(\arctg \frac{8}{15} - \arccos \frac{15}{17} \right)$

Ответ: _____.

10. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $P \cdot V^a = const$, где P (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение объема газа в 16 раз приводит к увеличению давления не менее, чем в 32 раза?

Ответ: _____.

11. Дорога проходит через пункты А и В. Велосипедист выехал из А по направлению к В. Одновременно с ним из пункта В вышли с равными скоростями два пешехода: первый в пункт А, а второй — в противоположном направлении. Велосипедист проехал от А до В за 0,5 ч и, продолжая движение, догнал второго пешехода. Это произошло через 1,2 ч после встречи велосипедиста с первым пешеходом. Определить время (в часах) движения велосипедиста от начала движения до встречи с первым пешеходом?

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 5x^3 - x|x+1|$ на отрезке $[-2; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(26 + 15\sqrt{3})^x - 5(7 + 4\sqrt{3})^x + 6(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 5$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 2]$

14. Основание прямой треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ – треугольник ABC , в котором $AB = AC = 8$, а один из углов равен 60° . На ребре AA_1 отмечена точка P так, что $AP : PA_1 = 1 : 2$. Расстояние между прямыми AB и $B_1 C_1$ равно $18\sqrt{3}$.

А) Докажите, что основания высот треугольников ABC и PBC , проведенных к стороне BC , совпадают.

Б) Найдите тангенс угла между плоскостями ABC и CBP .

15. Решите неравенство:

$$\left| \log_{x+1} \sqrt{(x-2)^4} + 2 \right| \geq -3 + \log_{\frac{1}{x+1}} \sqrt{(x-2)^6}$$

16. В прямоугольнике $ABCD$, в котором $AD = 3 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$, а $AB = 6$, расположены две

окружности. Окружность с центром в точке K , радиус которой равен 2, касается сторон AB и AD . Окружность с центром в точке L , радиус которой равен 1, касается стороны CD и первой окружности.

А) Докажите, что точки A, K, L лежат на одной прямой.

Б) Найдите площадь треугольника CLM , если M – основание перпендикуляра, опущенного из вершины B на прямую, проходящую через точки K и L .

17. 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 600 тыс. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько рублей увеличится сумма выплат, если взять кредит с такими же условиями на 30 месяцев?

18. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 2(a + 2y) - y^2 = (x - 2)^2 + z^2 \\ (xy + 4) \sin(x + y) + \cos(y - x) = 1 \\ \left(2 - \frac{xyz(a - 2)}{\sqrt{1 - 2xy}} \right) \cdot (a \cdot \operatorname{tg}^2 z + x + y) = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. На сайте проводится опрос, кого из футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста – доля голосов, отданных за него, в процентах, округленная до целого числа. Например, числа 7,2; 9,5 и 11,8 округляются до 7; 10 и 12 соответственно.

А) Всего проголосовало 17 посетителей сайта. Мог ли рейтинг некоторого футболиста быть равным 27?

Б) Пусть посетители сайта отдавали голоса за одного из трех футболистов. Могла ли сумма рейтингов быть больше 100?

В) На сайте отображалось, что рейтинг некоторого футболиста равен 8. Это число не изменилось и после того, как Петя отдал свой голос за этого футболиста. При каком наименьшем числе отданных за всех футболистов голосов, включая Петин голос, такое возможно?