

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 349

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

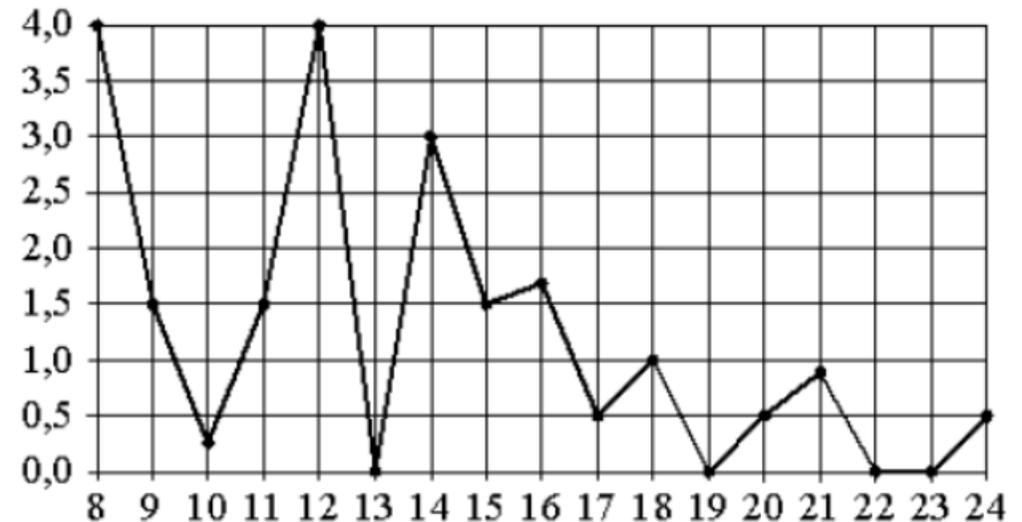
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Первые 200 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 180 км – со скоростью 90 км/ч, а затем 140 км – со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

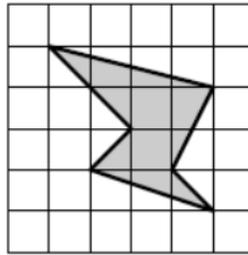
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в Томске впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



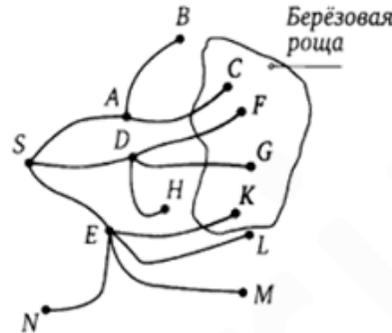
Ответ: \_\_\_\_\_.

3. На клетчатой бумаге со стороной клетки 1x1 изображён шестиугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. На рисунке показана схема лесных дорожек. Пешеход идет из точки S по дорожкам, на каждой развилке выбирая дорожку случайным образом и никогда не возвращаясь обратно. Найдите вероятность того, что он попадет в точку M. Результат округлите до сотых.

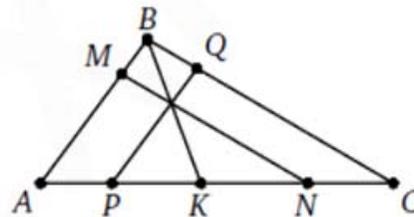


Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $3^x \cdot 7^{2x+3} = 3 \cdot 21^{x-1} \cdot 7^{7-x}$

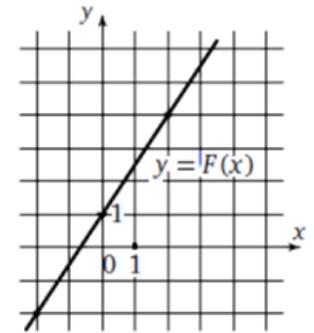
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны соответственно точки M и Q, а на стороне AC — точки P, K, N (именно в таком порядке, считая от A) таким образом, что  $MN \parallel BC$ ,  $PQ \parallel AB$  и KB проходит через точку пересечения MN и PQ. Известно, что AP = 4, PK = 5 и KN = 6. Найдите NC.



Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Прямая, изображенная на рисунке, является графиком одной из первообразных функции  $y = f(x)$ . Найдите  $f(2)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Цилиндрическая кастрюля, диаметр дна которой равен 30 см, полностью наполнена водой. Какое минимальное число кастрюль той же высоты и с диаметром дна, равным 15 см, потребуется для того, чтобы перелить в них эту воду?

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\log_{13}(40 - 0,125 \cdot \log_{\sqrt{2}} 4) - \log_3^{-1} 13$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Груз массой 0,38 кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  (в м/с) меняется по закону  $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  – время с момента начала колебаний в секундах,  $T = 8$  с – период колебаний,  $v_0 = 2$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в Дж) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$  где  $m$  – масса груза (в кг),  $v$  – скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 7 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** Из Тулы по направлению к Вязьме вышел товарный поезд. Спустя 5 час 5 мин по той же дороге вышел из Вязьмы в Тулу пассажирский поезд. Оба поезда встретились на промежуточной станции. От этой станции товарный поезд шёл до Вязьмы 12 час 55 мин и от той же станции пассажирский поезд шёл до Тулы 4 часа 6 минут. Сколько минут потратил товарный поезд на путь между Тулой и Вязьмой?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{3x^2 + 4} - \sqrt{3x^2}$  на отрезке  $[0; 3]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13.** а) Решите уравнение  $(\cos x - \sin x)^2 + \sqrt{2} \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) + \sqrt{3} \cos x = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{4\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}\right]$

**14.** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  со стороной 8 на ребре  $AA_1$  взята точка  $K$  такая, что  $A_1 K = 1$ . Через точки  $K$  и  $B_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $AC_1$ .

А) Докажите, что  $A_1 P : PD_1 = 1 : 6$ , где  $P$  – точка пересечения плоскости  $\alpha$  и ребра  $A_1 D_1$

Б) Найдите угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ADD_1$

**15.** Решите неравенство  $4x^2 + 3^{\sqrt{x+1}} + x \cdot 3^{\sqrt{x}} < 2x^2 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 2x + 6$

**16.** В полуокружности с диаметром  $MN$  расположены две окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$ , касающиеся друг друга, полуокружности и прямой  $MN$  (при этом точки касания с полуокружностью – это соответственно  $A$  и  $B$ ).

А) Докажите, что прямые  $O_1 A$ ,  $O_2 B$  и  $MN$  пересекаются в одной точке.

Б) Радиусы окружностей равны 2 и 5. Найдите радиус полуокружности.

**17.** Леонид является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые приборы, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $4t^3$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  приборов; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^3$  часов в неделю, они производят  $t$  приборов.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Леонид платит рабочему 1 тысячу рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 20 приборов. Какую наименьшую сумму придётся тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1| \\ y = a(x - 1) \end{cases}$$

имеет более двух решений

**19.** В течение  $k$  дней Оля каждый день выписывала в тетрадь натуральные числа, каждое из которых меньше 21. При этом каждый день, начиная со второго, сумма выписанных за день чисел была меньше, чем в предыдущий день, а количество чисел – хотя бы на 3 больше.

А) Может ли  $k$  равняться 8?

Б) Может ли  $k$  равняться 154, если сумма чисел, записанных в первый день, не больше 600?

В) Известно, что сумма чисел, выписанных в первый день, равна 300. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех выписанных за  $k$  дней чисел?