

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 345

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

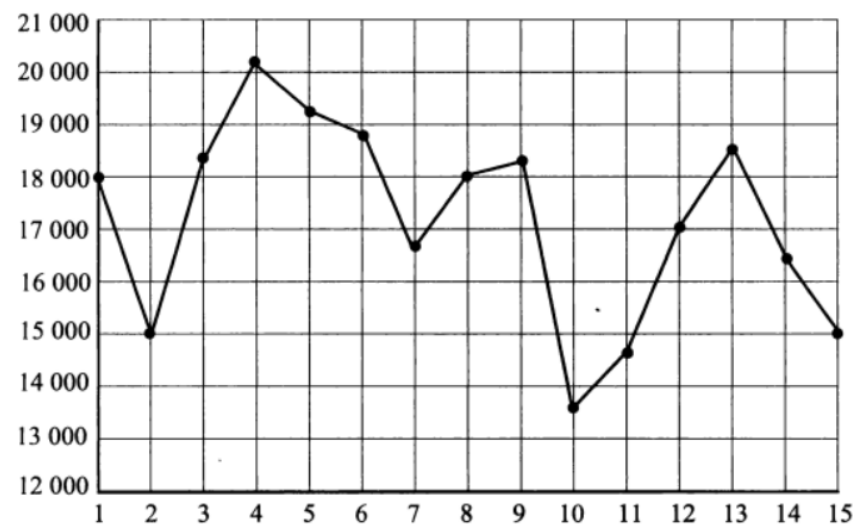
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Оплата за использование природного газа составляла 20 рублей на одного человека в месяц. С нового года она повысилась на 20%. Сколько рублей должна заплатить семья из трех человек за использование природного газа за три месяца в новом году?

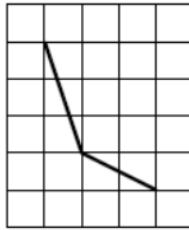
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На рисунке жирными точками показана дневная аудитория некоторого сайта во все дни с 1 по 15 апреля 2020 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за день. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько суток из данного периода дневная аудитория сайта была между 16000 и 19000 человек.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. На клетчатой бумаге изображен угол. Найдите его величину. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

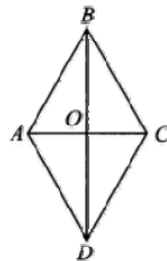
4. Пресс изготавливает стеклянные тарелки. Вероятность того, что готовая тарелка будет с дефектом, равна 0,05. Перед упаковкой каждая тарелка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует тарелку с дефектом, равна 0,94. Вероятность того, что система по ошибке забракует тарелку без дефектов, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная тарелка будет забраковано системой контроля.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $\sqrt[3]{8x+4} - \sqrt[3]{8x-4} = 2$ . Если корней несколько, то в ответе укажите сумму всех корней уравнения.

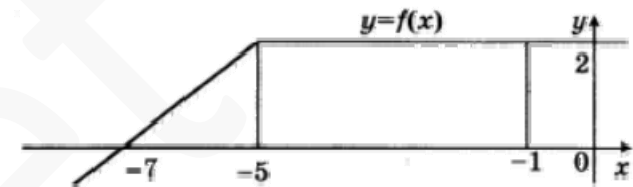
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Диагонали ромба относятся как 5:12. Площадь ромба равна 30. Найдите периметр ромба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график некоторой функции  $y = f(x)$ . Пользуясь рисунком, найдите интеграл  $\int_{-7}^{-1} f(x) dx$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Найдите объём правильной шестиугольной пирамиды, если её боковое ребро равно 6, а радиус окружности, описанной около основания, равен 3.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $2^{\frac{\log_{20} 4 - \log_{0,05} 5}{\log_9 4}}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле  $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$ , где  $\omega$  - частота вынуждающей силы в ( $\text{с}^{-1}$ ),  $A_0$  - постоянный параметр,  $\omega_p = 450 \text{ с}^{-1}$  - резонансная частота. Найдите минимальную частоту  $\omega$ , большую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину  $A_0$  не более, чем на  $\frac{2}{7} A_0$ . Ответ выразите в  $\text{с}^{-1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Петя и Вася живут в деревне в соседних домах и учатся в одной школе. Петя вышел в школу в 7:34, а Вася - в 7:40. Вася догнал Петю в 8:04 и 10 минут шли вместе. Затем Вася зашагал в своем привычном темпе. На сколько минут опоздал Петя, если урок начинается в 8:30, а Вася вошел в класс со звонком?

(Автор задачи Николай Журавлев)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 3 \cos x + \frac{12}{\pi}x - 3$  на отрезке

$$\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13.** а) Решите уравнение  $2 \sin^2 x + \sin x \cos x + \sqrt{3}(\sin 2x + \cos^2 x) = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right]$

**14.** Плоскость  $\alpha$  проходит через середины двух противоположных ребер треугольной пирамиды и параллельна медиане одной из ее граней.

А) Докажите, что среди медиан граней этой пирамиды в точности две являются параллельными к плоскости  $\alpha$

Б) Найдите площадь сечения данной пирамиды плоскостью  $\alpha$ , если эти медианы перпендикулярны друг другу и равны 2.

(Автор задачи Николай Журавлев)

**15.** Решите неравенство  $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+4}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}\right) \cdot (|x| - 5) \geq 0$

**16.** В треугольнике ABC на сторонах AB и BC заданы соответственно точки M и N такие, что  $AM=MB$ ,  $BN:NC=1:2$ . Отрезки CM и AN пересекаются в точке O.

А) Докажите, что расстояние от точки O до прямой AC равно  $\frac{2}{5}BH$ , где BH высота

треугольника ABC.

Б) Найдите расстояние от точки O до прямой AC, если  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $\angle BCA = 45^\circ$ ,  $AC = 8$

**17.** В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным S тыс. рублей;
  - выплаты в 2030 и 2031 годах равны по 338 тыс. рублей;
  - к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.
- Найдите общую сумму выплат за пять лет.

**18.** При каких значениях параметра  $a$  уравнения  $4^{x+1} + 2^{x+4} = 2^{x+2} + 16$  и  $|a - 9| \cdot 3^{x-2} + a \cdot 9^{x-1} = 1$  равносильны?

**19.** В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали не меньше 2 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом, причем в школе №1 средний балл равнялся 18. Один из учащихся, писавших тест, перешел из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах. В результате средний балл в школе №1 вырос на 10%.

А) Сколько учащихся могло писать тест в школе №1 изначально?

Б) В школе №1 все писавшие тест набрали разное количество баллов. Какое наибольшее количество баллов мог набрать учащийся этой школы?

В) Известно, что изначально в школе №2 писали тест более 10 учащихся и после перехода одного учащегося в эту школу и пересчета баллов средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Какое наименьшее количество учащихся могло писать тест в школе №2 изначально?