

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 344

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Цену товара повысили на 25%, затем новую цену повысили еще на 10% и, наконец, после перерасчета произвели повышение цены еще на 12%. На сколько процентов повысили первоначальную цену товара?

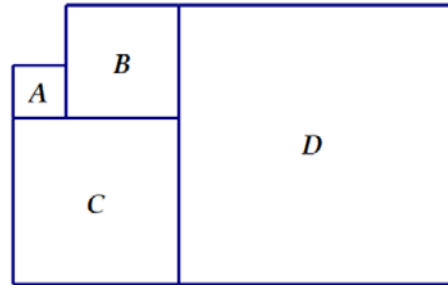
Ответ: _____.

2. Аквариум объемом 4000 литров наполняется водой. На рисунке изображен график зависимости объема воды в аквариуме от времени, прошедшего с момента начала наполнения. Через сколько минут после начала наполнения аквариум будет заполнен на $\frac{4}{5}$ своего объема, если наполнение и далее будет происходить с прежней скоростью?



Ответ: _____.

3. Изображенные на рисунке фигуры A, B, C, D – квадраты. Периметр квадрата A равен 15, а периметр квадрата B равен 25. Найдите периметр квадрата D.



Ответ: _____.

4. В барабане лотереи 20 одинаковых шаров. Шары пронумерованы от 1 до 20. Барабан вращается, и из него выпадает один шар. Найти вероятность того, что номер выбранного шара – четное число.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение:

$$\log_3(x^2 + 10x - 144) - \log_9(x^2 + 36x + 324) = 14$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите сумму всех корней уравнения.

Ответ: _____.

6. Известны длины сторон треугольника MNP: MN = 4, NP = 3, MP = 6. На луче NP выбрана такая точка B, что угол NMB равен углу NPM. Найдите большую сторону треугольника MPB.

Ответ: _____.

7. Прямая $y = 10x + b$ является касательной к графику функции $y = x^4 - 22x + 12$. Найдите значение коэффициента b.

Ответ: _____.

8. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро равно 12, а тангенс угла между боковой гранью и плоскостью основания равен $\sqrt{7}$. Найдите сторону основания пирамиды.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$, если

$$\frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha + 1}{6 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 4} = \frac{1}{4}$$

Ответ: _____.

10. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки используется линза с фокусным расстоянием f , равным 20 см. расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 20 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 100 до 120 см. изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. На каком наименьшем расстоянии d_1 (в см) от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким?

Ответ: _____.

11. Гвоздь, 3 винта и 2 шурупа весят вместе 24 г; 2 гвоздя, 4 шурупа и 5 винтов – 44 г. Сколько весят вместе гвоздь, 4 винта и 2 шурупа?

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 5 - (x - 14) \cdot \sqrt{x + 13}$ на отрезке $[-9; 3]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sqrt{7} \cos x$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-e; \pi]$

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 5, боковые ребра равны 15, точка D – середина ребра CC_1 .

а) Пусть прямые BD и B_1C_1 пересекаются в точке E. Докажите, что угол EA_1B_1 – прямой.

б) Найдите угол между плоскостями $A_1B_1C_1$ и BDA_1 .

15. Решите неравенство:

$$5^x \cdot \log_5 x - \sqrt{5} \geq \log_5 x^{\sqrt{5}} - 5^x$$

16. На отрезке BD взята точка C. Биссектриса BL равнобедренного треугольника ABC с основанием BC является боковой стороной равнобедренного треугольника BLD с основанием BD.

а) Докажите. Что треугольник DCL равнобедренный.

б) Известно, что $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$. В каком отношении прямая DL делит сторону AB?

17. В январе 2014 года Семен Маркович взял в банке кредит на сумму 6 млн.руб. на покупку новой квартиры. Кредит ему выдали на 6 лет под 14% годовых, причем выплачивать его Семен Маркович должен был так, чтобы сумма долга каждый год уменьшалась на одну и ту же величину. В январе 2020 года Семен Маркович сразу после выплаты кредита продал квартиру по цене, превышающей первоначальную стоимость квартиры на 60%. Какую сумму в итоге заработал Семен Маркович?

18. Найти все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_3(7x + 4y - 11) = \log_3(2x + y - 3) + 1, \\ (y + a)^2 + x + y + a = 7 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. Последовательность задана рекуррентным способом: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} = \frac{a_n}{a_{n+1}}$.

Найдите:

а) сумму пяти первых членов этой последовательности;

б) $\log_2(a_{20})$;

в) произведение двадцати первых членов этой последовательности.