

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 338

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

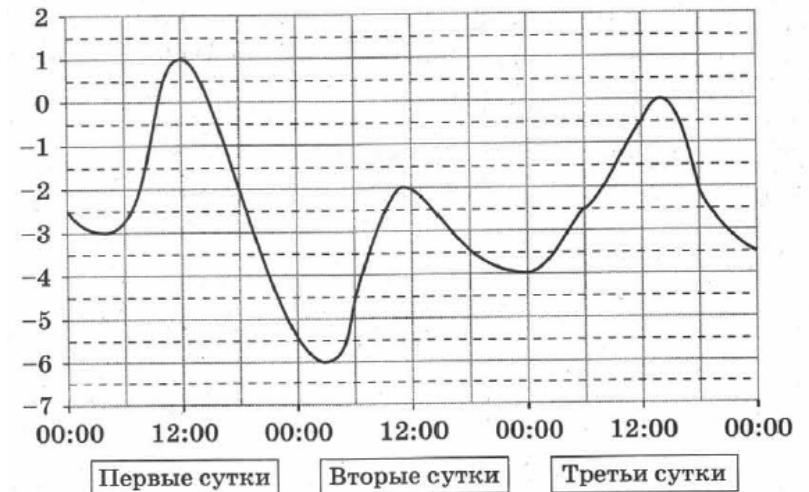
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Зарплата жены составляет 40% дохода семьи из двух человек. На сколько процентов изменился доход семьи после того, как зарплату мужа увеличили на 10%?

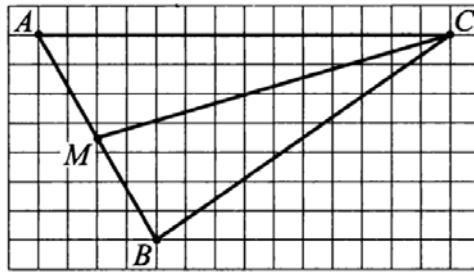
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали – значение температуры (в градусах Цельсия). Определите по рисунку разность между наибольшей температурой в первые сутки и наименьшей температурой в третьи сутки. Ответ запишите в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 x 1 отмечен треугольник ABC с вершинами в узлах сетки. Найдите длину его медианы CM.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В классе 26 учащихся, среди них три подружки – Оля, Аня и Юля. Класс случайным образом разбивают на две равные группы. Найдите вероятность того, что все три девочки окажутся в другой группе.

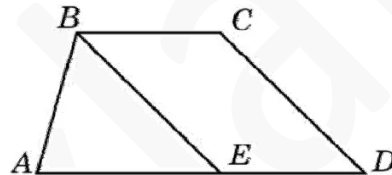
Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение:  $\log_4(x^2) + \log_2(x + 5) = 2$

Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите наименьший корень.

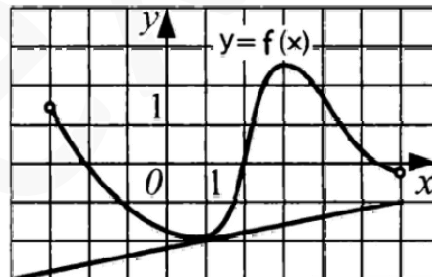
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, делит большее основание пополам и отсекает от трапеции треугольник, площадь которого равна 16. Найдите площадь трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 6)$ . На рисунке изображен ее график и касательная к этому графику в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ . Вычислите значение производной функции  $y = \frac{x}{2} \cdot f(x) + 3x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна 3, а высота – 4. Найдите косинус угла между секущей плоскостью  $AB_1 C_1$  и плоскостью ABC основания призмы.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения:

$$\frac{\cos \varphi - 2 \sin \varphi}{3 \sin \varphi + \cos \varphi}, \text{ если } \operatorname{tg} \varphi = 8$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина (в метрах) меняется по закону  $l(T) = l_0(1 + \alpha \cdot T)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$  – коэффициент теплового расширения,  $T$  – температура (в градусах Цельсия). На сколько миллиметров увеличится длина рельса в сравнении с  $l_0$  при температуре  $20^\circ\text{C}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Автоматическая линия выпускает за 600 операций три партии шин для легковых автомобилей и 11 партий шин для грузовых автомобилей. Если бы эта автоматическая линия изготавливала только шины для грузовых автомобилей и изготовила столько партий таких шин, сколько операций она тратит на изготовление партии шин для легковых автомобилей, то этой линии потребовалось бы не менее 2727 операций. Сколько операций требуется ей для изготовления одной партии шин для грузовых автомобилей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наименьшее значение функции:

$$y = 6 \cdot |x - 3| + 3 \cdot |3x - 2|$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(8\sin x - \sqrt{3}) - 7\log_3(8\sin x - \sqrt{3}) + 6 = 0$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

14. Две боковые грани пирамиды, в основании которой лежит ромб, перпендикулярны к плоскости основания.

- а) Докажите, что две другие боковые грани образуют равные двугранные углы с плоскостью основания.  
 б) Найдите объем пирамиды, если боковые грани, перпендикулярные к плоскости основания, образуют двугранный угол  $120^\circ$ , а боковая грань, составляющая с плоскостью основания угол в  $30^\circ$ , имеет площадь  $36 \text{ см}^2$ .

15. Решите неравенство:  $\frac{9^x - 5 \cdot 12^x + 4^{2x+1}}{\log_2(6x^2 - 11x + 4)} \leq 0$

16. В выпуклом четырехугольнике  $KLMN$  точки  $P$  и  $Q$  – середины сторон  $NK$  и  $LM$  соответственно. Диагональ  $KM$  делит точкой пересечения отрезок  $PQ$  пополам.

- а) Докажите, что площадь четырехугольника  $KLMN$  в 4 раза больше площади треугольника  $PMN$ .  
 б) Найдите синус угла между диагоналями четырехугольника, вершинами которого служат середины сторон четырехугольника  $KLMN$ , если площадь  $PMN$  равна  $6\sqrt{3}$ ,  $KM = 12$ ,  $NL = 8$ .

17. В каждом из двух комбинатов работает по 1000 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 3 детали  $A$  или одну деталь  $B$ . На втором комбинате для изготовления 10т деталей (как  $A$ , так и  $B$ ) требуется  $t^2$  человеко-смен. Оба комбината поставляют детали на завод, где из деталей собирают изделие, для изготовления которого нужны одна деталь  $A$  и 3 детали  $B$ . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее число изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать завод за смену?

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(|y| - x - 2)(x^2 - 4x + y^2 + 2)}{x + 2} = 0 \\ y = \sqrt{a - 3} \cdot x \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что числа  $n^2$  и  $(n + 17)^2$  имеют одинаковые остатки при делении на 69?

б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что числа  $n^2$  и  $(n + 17)^2$  имеют одинаковые остатки при делении на 68?

в) Пусть  $k(m)$  – количество трехзначных натуральных чисел  $n$ , таких, что числа  $n^2$  и  $(n + m)^2$  имеют одинаковые остатки при делении на 68, причем  $m$  – двузначное натуральное число. Определите наименьшее значение  $k$ , отличное от нуля.