

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 323

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

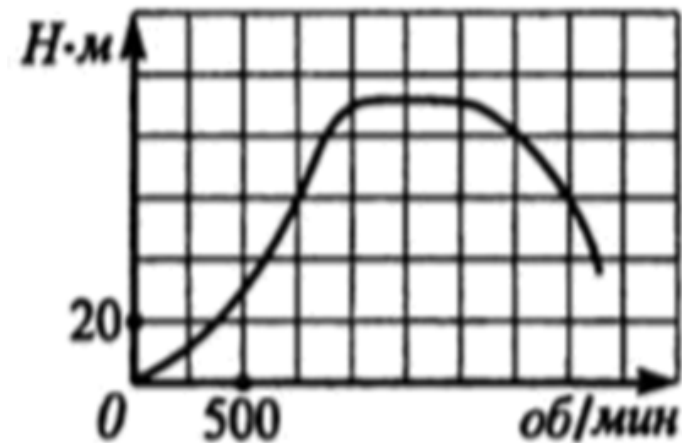
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В течение года произошло три понижения цены товара, причем на 30% каждый раз. Найти конечную цену товара, если первоначально он стоил 100000 рублей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя катера от числа его оборотов. На оси абсцисс откладывается число оборотов двигателя в минуту, на оси ординат – крутящий момент в Н·м. Скорость этого катера, измеренная в км/ч, выражается формулой  $v = 0,04n$ , где  $n$  - число оборотов двигателя в минуту. Какую наименьшую скорость (в км/ч) должен иметь катер, чтобы крутящий момент его двигателя был не меньше 60 Н·м?



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Сторона квадрата ABCD равна 6. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Павел Иванович регистрирует автомобиль и получает новый трехзначный номер. Все три цифры нового номера случайны (номер 000 не разрешен). Найдите вероятность того, что при случайном выборе в новом номере все три цифры будут одинаковы. Результат округлить до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$ . Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите наибольший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен  $120^\circ$ . Боковая сторона равна 4. Найдите квадрат длины медианы, проведенной к боковой стороне.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Прямая  $y = 7x + 28$  является касательной к графику функции  $y = ax^2 - 21x + 3a$ . Найдите значение коэффициента  $a$ , если известно, что абсцисса точки касания положительна.

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Сторона основания правильной двенадцатиугольной пирамиды равна  $6tg15^\circ$ , а высота равна 4. Найдите расстояние от центра основания пирамиды до плоскости, содержащей боковую грань пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\sqrt[4]{(\sin^2 x - 1)^4} + \sqrt[4]{(\cos^2 x - 3)^4}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону  $v(t) = 7 \sin \frac{\pi t}{4}$  (см/с), где  $t$  — время в секундах. Какую долю времени из первых двух секунд скорость движения превышала 3,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Две копировальные машины печатают рукопись. Если всю рукопись будет печатать первая машина, то работа будет выполнена на 4 минуты позже, чем две машины, работая вместе. Если печатать всю рукопись будет вторая машина, то она напечатает на 25 минут позже, чем обе машины, работая вместе. За сколько минут может напечатать эту рукопись вторая машина?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите точку минимума функции

$$f(x) = \ln \left( \frac{x^2 + 4}{x} \right)$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

**13.** а) Решите уравнение

$$\log_2(x^2 - 5) \cdot \log_3^2(7 - x) + 3 \log_2(x^2 - 5) - 2 \log_3^2(7 - x) - 6 = 0$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\log_2 \frac{1}{7}; \log_2 9\right]$

**14.** В треугольной пирамиде SABC точка E – середина ребра SA, точка F – середина ребра SB, O – точка пересечения медиан треугольника ABC

А) Докажите, что плоскость CEF делит отрезок SO в отношении 3:2, считая от вершины S

Б) Найдите косинус угла между плоскостями CEF и EFT, если точка T – середина SC, а пирамида SABC правильная, площадь треугольника ABC равна  $27\sqrt{3}$ ,  $SB = 10$

**15.** Решите неравенство:  $\sqrt{4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 25} + \sqrt{9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 17} \leq 2^x - 5$

**16.** Точка  $O_1$  – центр вписанной окружности равнобедренного треугольника ABC, а  $O_2$  – центр невписанной окружности, касающейся основания BC.

А) Докажите, что расстояние от середины отрезка  $O_1O_2$  до точки C вдвое меньше  $O_1O_2$ .

Б) Известно, что радиус первой окружности в пять раз меньше радиуса второй. В каком отношении точка касания первой окружности с боковой стороной треугольника делит эту сторону?

**17.** Борис и Иван вложили деньги в общий бизнес. После этого один из них добавил еще 1 миллион рублей, в результате чего его доля в бизнесе увеличилась на 0,05, а когда он добавил еще 1 миллион рублей, его доля увеличилась еще на 0,04. Сколько миллионов рублей ему еще нужно добавить, чтобы увеличить свою долю еще на 0,06?

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{4 - 2x + y} = 2 \\ a(x^2 + 3y + 1)^2 - (a + 1)(x^2 + 3y + 1) - 2a - 1 = 0 \end{cases}$$

имеет не более 3 решений.

**19.** На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых больше 2, но не превосходит 42. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 6. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньше первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 2, с доски стерли.

А) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 10?

Б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске оказаться больше 8, но меньше 9?

В) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.