

Пробная работа в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

апрель 2021 года

Вариант 1

(профильный уровень)

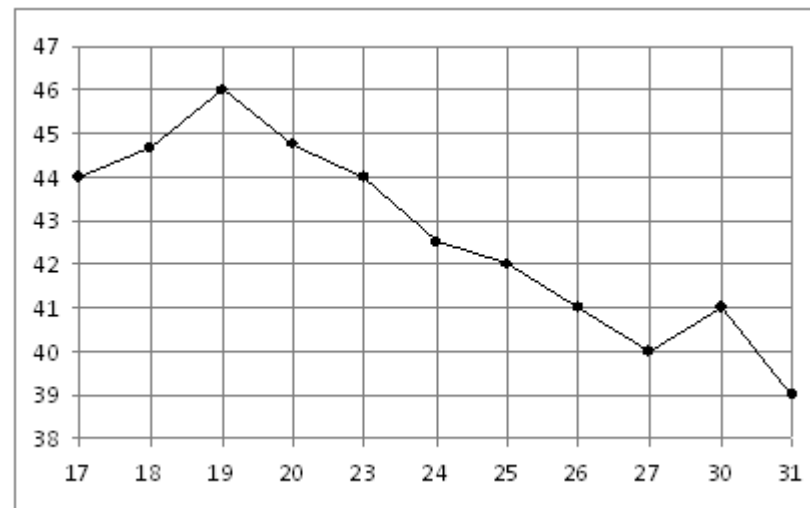
Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 200 рублей в воскресенье?

Ответ: _____

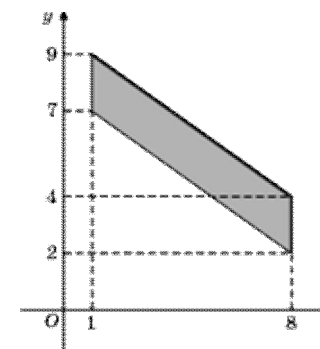
2. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена нефти на момент закрытия торгов была от 43 до 45 долларов США за баррель.

Ответ: _____

3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(1;7)$, $(8;2)$, $(8;4)$, $(1;9)$.



Ответ: _____

4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.

Ответ: _____

5. Найдите корень уравнения: $5^{x+5} = 0,04$.

Ответ: _____

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $AC = 3$, $\cos A = \frac{1}{6}$. Найдите BH .

Ответ: _____

7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

Ответ: _____

8. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же

сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____

Часть 2.

9. Найдите $h(5+x) + h(5-x)$, если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-10}$.

Ответ: _____

10. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м – начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

Ответ: _____

11. Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ: _____

12. Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 6e^x + 3$ на отрезке $[1; 2]$.

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{3}(\cos 4x + 1) = 2(2 - \cos 4x) \cos 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер $AA_1 = 3\sqrt{2}$, $AB = 3$, $AD = 8$. Точка K делит отрезок $A_1 D_1$ в отношении $3 : 1$, считая от вершины A_1 .

а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку C перпендикулярно прямой BK , делит отрезок $B_1 K$ в отношении $2 : 1$, считая от вершины B_1 .

б) Найдите косинус угла между этой плоскостью и плоскостью BCC_1 .

15. Решите неравенство $|x| \cdot \log_{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{3}\right) + x \leq 0$.

16. В окружность радиуса $\sqrt{7}$ вписана трапеция $ABCD$, причём её основание AD является диаметром, а $\angle BAD = 60^\circ$. Хорда CE пересекает диаметр AD в точке P так, что $AP : PD = 1 : 3$.

а) Докажите, что $\angle BEC = 30^\circ$.

б) Найдите площадь треугольника BPE .

17. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на семь лет в размере S рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в июле 2021, 2022, 2023 и 2024 годов долг остаётся равным S рублей;

– выплаты в 2025, 2026 и 2027 годах равны 2,16 млн. рублей;

– к июлю 2028 года долг будет выплачен полностью.

Найдите r и S , если известно, что сумма всех выплат составит 10,12 млн. рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $a^2 + 2a - \sin^2 x + a \cdot \cos x > 2$ выполняется для любого значения x .

19. а) Существует ли двузначное натуральное число, произведение цифр которого равно $\frac{1}{2}$ этого числа?

б) Существует ли трёхзначное натуральное число, произведение цифр которого равно $\frac{1}{2}$ этого числа?

в) Существует ли четырёхзначное натуральное число, произведение цифр которого равно $\frac{1}{2}$ этого числа?

Пробная работа в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

апрель 2021 года

Вариант 2

(профильный уровень)

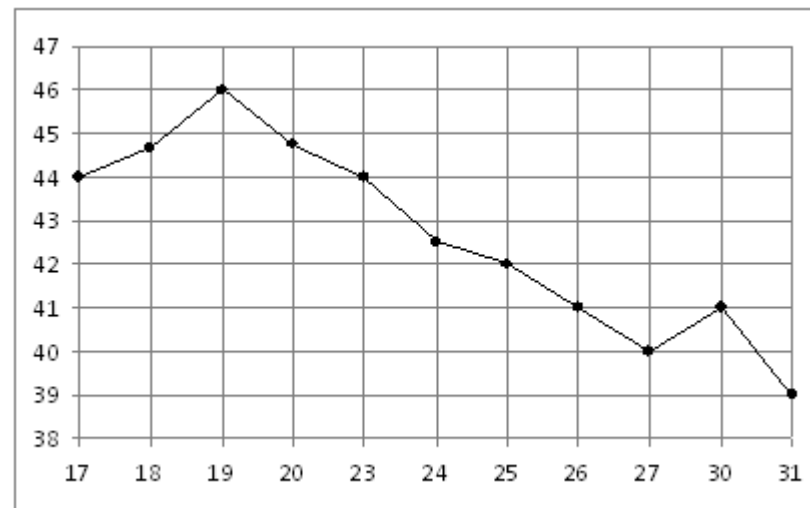
Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Шоколадка стоит 25 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 230 рублей в воскресенье?

Ответ: _____

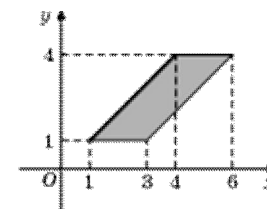
2. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена нефти на момент закрытия торгов была больше 43 долларов США за баррель.

Ответ: _____

3. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



Ответ: _____

4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность

того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.

Ответ: _____

5. Найдите корень уравнения: $2^{x+2} = 0,125$.

Ответ: _____

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $AH = 27$, $\operatorname{tg} A = \frac{2}{3}$. Найдите BH .

Ответ: _____

7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 4t^2 - 8t - 16$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 1 м/с?

Ответ: _____

8. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 18 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____

Часть 2.

9. Найдите $h(6+x) + h(6-x)$, если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-12}$.

Ответ: _____

10. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 5$ м – начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{200}$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

Ответ: _____

11. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 125 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ: _____

12. Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 4e^x + 6$ на отрезке $[0; 3]$.

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{2}(1 - \cos 4x) = 2(\cos 4x + 1)\sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[6\pi; \frac{15\pi}{2}\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер $AA_1 = \sqrt{14}$, $AB = 2$, $AD = 6$. Точка K делит отрезок $A_1 D_1$ в отношении $2:1$, считая от вершины A_1 .

а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку C перпендикулярно прямой BK , делит отрезок $B_1 K$ пополам.

б) Найдите косинус угла между этой плоскостью и плоскостью ABB_1 .

15. Решите неравенство $|x| - x \cdot \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2} - x\right) \leq 0$.

16. В окружность радиуса 8 вписана трапеция $ABCD$, причём её основание AD является диаметром, а $\angle ABC = 120^\circ$. Хорда CM пересекает диаметр AD в точке P так, что длина отрезка $AP = 4$.

а) Докажите, что MB – биссектриса угла AMC .

б) Найдите площадь треугольника PMD .

17. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на восемь лет в размере S рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в июле 2021, 2022, 2023 и 2024 годов долг остаётся равным S рублей;

– выплаты в 2025, 2026, 2027 и 2028 годах равны 1 464 100 рублей;

– к июлю 2029 года долг будет выплачен полностью.

Найдите r и S , если известно, что сумма всех выплат составит 7712800 рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $a^2 - 2a - \cos^2 x - 4a \cdot \sin x > -4$ выполняется для любого значения x .

19. а) Существует ли двузначное натуральное число, произведение цифр которого равно $\frac{1}{6}$ этого числа?

б) Существует ли двузначное натуральное число, произведение цифр которого равно $\frac{1}{3}$ этого числа?

в) Существует ли трёхзначное натуральное число, произведение цифр которого равно $\frac{1}{3}$ этого числа?

ОТВЕТЫ
Пробная работа Брянск (профильный уровень)
апрель 2021 года

Вариант 1

1. 7
2. 4
3. 14
4. 0,0296
5. -7
6. 17,5
7. 7
8. 5
9. 0
10. 50
11. 75
12. -6
13. а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z; \pm \frac{\pi}{12} + \pi n, n \in Z;$ б)
 $-\frac{15\pi}{4}; -\frac{13\pi}{4}; -\frac{11\pi}{4}; -\frac{47\pi}{12}; -\frac{37\pi}{12};$
 $-\frac{35\pi}{12}.$

14. б) $\frac{\sqrt{7}}{7}.$
15. $\{0\} \cup \left[\frac{5}{3}; +\infty\right).$
16. б) $0,75\sqrt{3}.$
17. $r = 20\%; S = 4,55$ млн. рублей.
18. $\left(-\infty; \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}\right) \cup \left(\frac{-4 + 2\sqrt{13}}{3}; +\infty\right).$
19. а) да, число 36; б) нет; в) нет.

Вариант 2

1. 12
2. 5
3. 6
4. 0,0491
5. -5
6. 12
7. 1
8. 2
9. 0
10. 100
11. 75
12. 2
13. а) $\frac{\pi k}{2}, k \in Z; \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in Z;$
 $\frac{3\pi}{8} + \pi m, m \in Z;$ б) $6\pi; \frac{13\pi}{2}; 7\pi; \frac{15\pi}{2};$
 $\frac{49\pi}{8}; \frac{51\pi}{8}; \frac{57\pi}{8}; \frac{59\pi}{8}.$
14. б) $\frac{2\sqrt{34}}{17}.$
15. $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right).$

16. б) $\frac{72\sqrt{3}}{7}.$
17. $r = 10\%; S = 4641000$ рублей.
18. $\left(-\infty; 3 - \sqrt{5}\right) \cup \left(3 + \sqrt{5}; +\infty\right).$
19. а) да, число 12; б) да, числа 15 и 24; в) нет.