

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 315

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

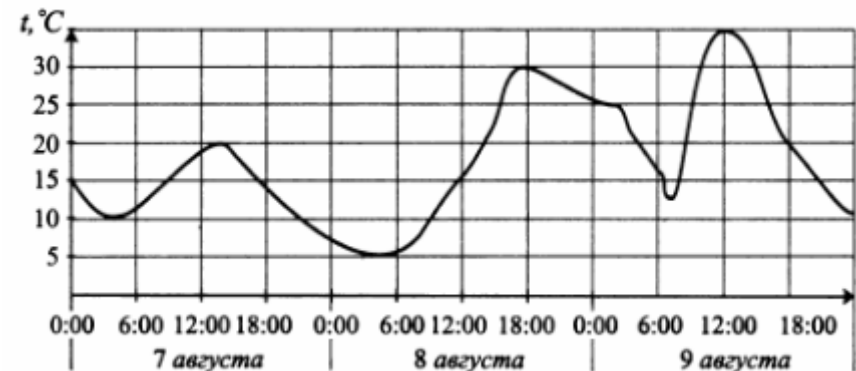
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Производительность труда выросла на 14%, поэтому работа была выполнена на 21 день быстрее плана. За сколько дней была выполнена работа?

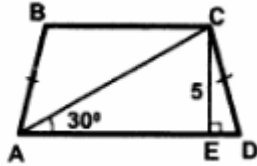
Ответ: _____.

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 8-го августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3. Найдите площадь S трапеции $ABCD$, изображенной на рисунке. В ответе укажите $\frac{S}{\sqrt{3}}$.



Ответ: _____.

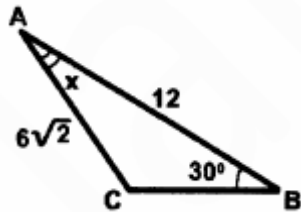
4. В зале театра имеется 10 рядов по 20 мест в каждом. Какова вероятность, что в случайно взятом билете номер ряда и номер места окажутся равны?

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\frac{5}{\log_2 x + 3} + \frac{4}{\log_2 x} = 3$. Если корней несколько, в ответе укажите их произведение.

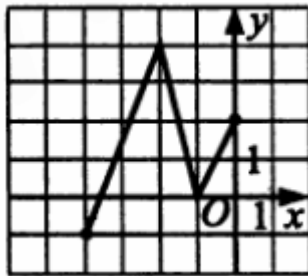
Ответ: _____.

6. Найдите градусную меру угла CAB , изображенного на рисунке, при условии, что угол ACB тупой.



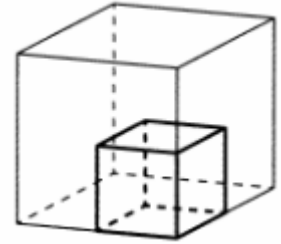
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график четной функции $y = g(x)$ на отрезке $[-4; 0]$. Функция определена на всей числовой оси. Вычислите $g(4) + 2g(1) - \frac{g(0)}{g(2)}$.



Ответ: _____.

8. Масса однородного бетонного куба равна 0,5 т. Сколько тонн будет составлять масса куба, сделанного из того же бетона, но ребро которого в 2 раза больше, чем ребро маленького кубика?



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $3^{\log_9(x+2\sqrt{x-2}-1)} + 7^{\log_{49}(x-2\sqrt{x-2}-1)}$ при $x = 2,01$

Ответ: _____.

10. Груз массой 0,4 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,6$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 36 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

11. Сумма вклада за третий год увеличилась на 54 рубля, а за шестой год — на 128 рублей. Какова была величина вклада в рублях в начале четвертого года, если доход начисляется в конце каждого года хранения вклада и процентная ставка не менялась?

Ответ: _____.

12. Найдите точки экстремума функции. Если их несколько, в ответ запишите их сумму. $f(x) = \frac{6x - x^3}{x + 1} \cdot 3^{\log_3(x+1)} + \frac{(x^3 + 2)(\sqrt{3 - x})^2}{x - 3}$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{3 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{3x}{2}\right)} \cdot \sin x - \cos x = 2$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-17; 2]$

14. В основании треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом B . На ребре BC взята точка L , причем $BL:LC=1:2$

а) Докажите, что плоскость проходящая через точку N пересечения медиан грани $A_1B_1C_1$ и точку пересечения диагоналей грани BB_1C_1C параллельно AC , проходит через точку L

б) Пусть Q – середина ребра A_1C_1 . Найдите угол между прямыми BQ и LN , если призма $ABCA_1B_1C_1$ прямая, $AB=BC=6$, $BB_1=6$.

15. Решите неравенство $\sqrt{25^x - 2^{3-x}} < 7 \cdot 2^{\frac{x}{2}} - 2 \cdot 5^x$

16. В треугольнике ABC точка O – центр описанной окружности. Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D , а описанную вокруг треугольника ABC окружность – в точке T .

а) Докажите, что AC – биссектриса угла TCB

б) Найдите CD , если $AB=84$, $AC=98$.

17. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 2400 тыс. рублей на $(n+2)$ месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2,5% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа первого и последнего месяца долг должен уменьшиться на 400 тыс. рублей, а во все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на a тыс. рублей.

Найдите n , если всего было выплачено банку 3690 тыс. рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(1+a^2)x^6 + 3a^2x^4 + 2(1-6a)x^3 + 3a^2x^2 + a^2 + 1 = 0$$

имеет единственное решение.

19. Набор состоит из сорока пяти целых положительных чисел, среди которых есть числа 6, 7, 8. Среднее арифметическое любых тридцати пяти чисел этого набора меньше 2.

а) Может ли такой набор содержать ровно 26 единиц?

б) Может ли такой набор содержать менее 26 единиц?

в) Докажите, что в любом таком наборе есть несколько чисел, сумма которых равна 50.