

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 308

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

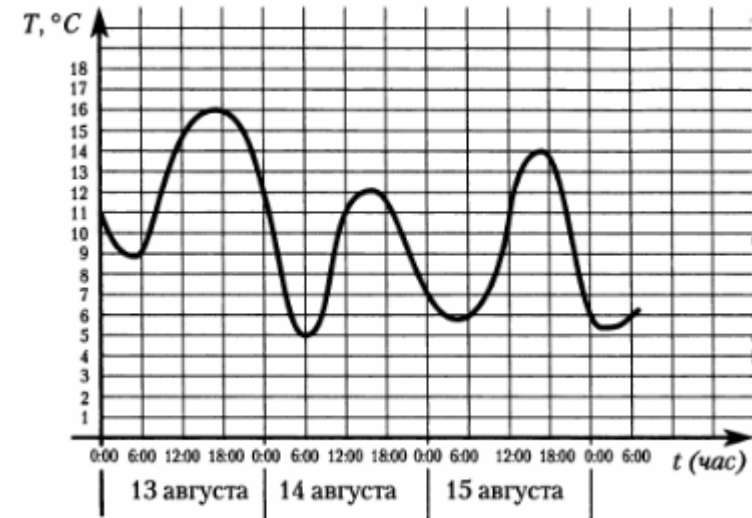
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Виктор въехал на участок дороги протяженностью 2,1 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на этом участке 60 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Виктор въехал на участок в 10:08:07, а покинул его в 10:09:52. На сколько км/ч его скорость отличалась от максимально разрешенной?

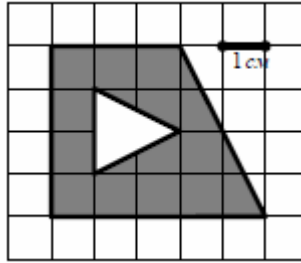
Ответ: _____.

2. На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. На оси абсцисс отмечается время суток в часах. На оси ординат – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наибольшую температуру воздуха 15 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3. Найдите площадь заштрихованной части фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4. В урне находится 6 шаров: 1 белый, 2 красных и 3 черных. Наугад вытаскивают 3 шара. Какова вероятность того, что среди вытасканных шаров ровно 1 будет черным?

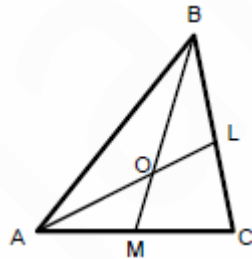
Ответ: _____.

5. Найдите произведение всех корней уравнения

$$\sqrt[3]{10 + 3x - x^2} \cdot \lg(7 - x - x^2) = 0$$

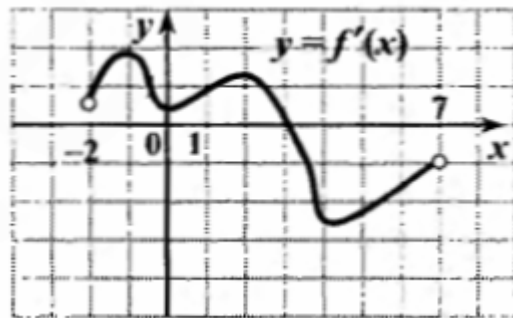
Ответ: _____.

6. В треугольнике ABC угол C равен 76° , AL и BM – биссектрисы углов A и B, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB (в градусах).



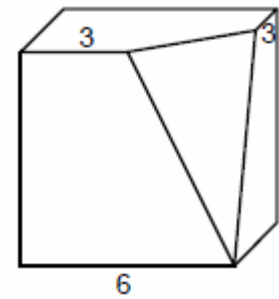
Ответ: _____.

7. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-2; 7)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите абсциссу точки, в которой функция принимает наибольшее значение.



Ответ: _____.

8. Найдите объем части куба, изображенной на рисунке.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\sqrt[4]{9\sqrt{11} - 27} \cdot \sqrt[4]{27 + 9\sqrt{11}} \cdot \sqrt[4]{8}$

Ответ: _____.

10. Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^{r_{\text{пок}} + 0,59}}$$

где $r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 24, их средняя оценка равна 0,85, а оценка экспертов равна 0,1.

Ответ: _____.

11. Два пешехода вышли одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. Они встретились в 50 м от пункта B, а затем, дойдя до A и B, пошли обратно и вновь встретились в 25 м от A. Найдите расстояние AB в метрах, если известно, что они двигались равномерно и непрерывно.

Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = (x - 0,5) \cdot \sin x + \cos x$ на промежутке

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x + 1} = \cos x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$

14. Радиус основания конуса с вершиной S и центром основания O равен 6, а его высота равна $\sqrt{33}$. Точка M – середина образующей SA конуса, а точки N и B лежат на основании конуса, причем MN параллельна образующей конуса SB.

а) Докажите, что ON – биссектриса угла AOB

б) Найдите угол между прямой BM и плоскостью основания конуса, если $AB = 4\sqrt{3}$

15. Решите неравенство $\left(1 + \frac{1}{x-4} - \frac{x-3}{x-2}\right)\sqrt{6x-x^2-5} \geq 0$

16. Биссектриса острого угла A трапеции ABCD пересекает боковую сторону CD в точке T, а продолжение основания BC трапеции в точке K так, что ABKD – параллелограмм и TD:TC=4:1

а) Докажите, что $AK \perp BD$

б) Найдите площадь трапеции ABCD, если ее сторона $AB = 8$ и $\angle B = 120^\circ$

17. В июле планируется взять кредит на срок 6 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга
 - в июле первых трех лет погашения кредита долг должен быть в два раза меньше долга на июль предыдущего года
 - в июль последних трех лет долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года
- Чему был равен изначальный кредит, если общая сумма выплат равна 1,6 млн. рублей?

(автор задачи Максим Резник)

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a + \sqrt{6x - x^2 - 8} = 3 + \sqrt{1 + 2ax - a^2 - x^2}$$

имеет единственное решение

19. Последовательность (a_n) состоит из 100 натуральных чисел. Каждый член последовательности, начиная со второго, либо вдвое меньше предыдущего, либо больше его на 150.

а) Может ли такая последовательность быть образована ровно пятью различными числами?

б) Чему может равняться a_{100} , если $a_1 = 75$?

в) Какое наименьшее значение может принимать самое большое из чисел такой последовательности?