

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 291

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записывают в поля ответов в тексте работы, а затем переносят в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

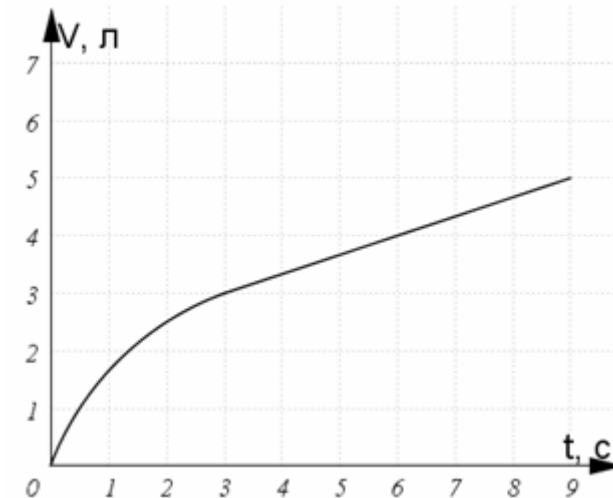
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Из одного листа бумаги при печати получается четыре книжные страницы. Сколько пачек бумаги по 500 листов нужно заказать, чтобы напечатать книгу, состоящую из 68 страниц, тиражом 1500 экземпляров?

Ответ: _____.

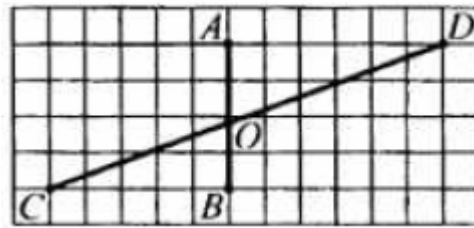
2. Саша проводит опыт по физике. Она взяла большой измерительный стакан (мензурку), положила на дно камень и начала аккуратно заполнять стакан водой, при этом скорость подачи воды была постоянной. На графике представлена зависимость показаний мензурки (V , л) от времени (t , с). Помогите Саше с помощью этого графика найти объем камня. Ответ запишите в л.



(Условие задачи предложено Дмитрием Свераком sverak_fm)

Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге с размером клеток 1 см x 1 см отмечены отрезки AB и CD пересекающиеся в точке O. Найдите длину отрезка AO. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до сотых.



Ответ: _____.

4. В треугольнике ABC на сторонах AB и BC случайным образом выбираются точки A_1 и C_1 так, что отрезок A_1C_1 оказывается параллелен стороне AC. Найдите вероятность того, что длина отрезка A_1C_1 окажется больше 3, если $AC=5$.

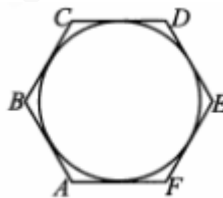
(Условие задачи предложено Дмитрием Свераком *sverak_fm*)

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $x = \frac{5x+15}{x+3}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

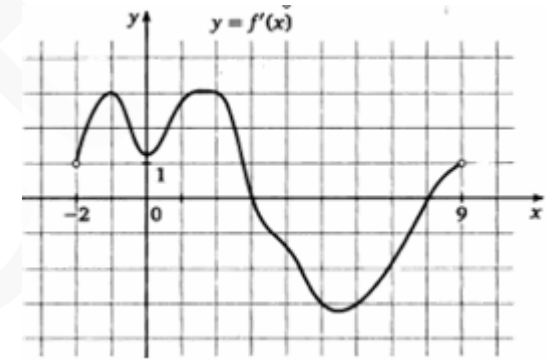
Ответ: _____.

6. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник, периметр которого равен $12\sqrt{3}$



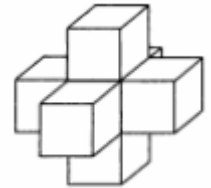
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$, где $f'(x)$ - производная функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2;9)$. В какой из точек 4, 5, 6, 7 значение функции $y = f(x)$ будет наибольшим? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

8. Найдите площадь поверхности пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из кубов со стороной 3.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{(\cos 22,5^\circ + \cos 67,5^\circ)(\cos 22,5^\circ - \cos 67,5^\circ)}{\sqrt{2}}$

(Условие задачи предложено Дмитрием Свераком *sverak_fm*)

Ответ: _____.

10. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 24$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 6$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошел путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 36 метров. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____.

11. В городе N за последний год численность населения уменьшилась на 4%, а число безработных увеличилось на 5%. Сколько процентов от общего числа жителей составляют безработные, если год назад их было 8%.

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^3 - 27x + 55}$ на отрезке $[-5; 6]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x + \sin \frac{3x}{2} \cos \frac{5x}{2}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -2\pi\right]$

14. В правильном тетраэдре ABCD точка K – центр грани ABD, точка M – центр грани ACD.

а) Докажите, что прямые BC и KM параллельны.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABD.

15. Решите неравенство $\left(\frac{\log_2^3 x + 1}{\log_2^2 x - \log_2(4x)} + \log_{\frac{x}{4}}(256x^7)\right) : \left(8 + \frac{127}{x-16}\right) \geq 0$

(Условие задачи предложено Дмитрием Свераком sverak_fm)

16. Окружности, построенные на сторонах AB и CD параллелограмма ABCD, как на диаметрах, касаются в точке M.

а) Докажите, что ABCD - ромб

б) Пусть P и Q – точки пересечения продолжений диагоналей параллелограмма за точки A и D с общей касательной к окружностям. Найдите площадь треугольника PQC,

если радиусы окружностей равны 2, а синус угла BAD равен $\frac{2}{3}$.

17. 1 апреля 2017 г. Андрей Петрович положил 10000 рублей на банковский вклад сроком на 1 год с ежемесячным начислением процентов и капитализацией под $a\%$ годовых. Это означает, что первого числа каждого месяца сумма вклада увеличивается на одно и то же количество процентов, рассчитанное таким образом, что за 12 месяцев она увеличится ровно на $a\%$. Через 6 месяцев сумма вклада составила 10500 рублей. Найдите a .

18. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} a = x^2 + 2x + 5 \\ a = (2x + 8 - 2y)y - 5 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

(Условие задачи предложено Дмитрием Свераком sverak_fm)

19. В магазине продаются мобильные телефоны, каждый из которых стоит целое число тысяч рублей (больше нуля, но менее 100 тыс.). Магазин установил скидки на несколько телефонов: если цена телефона составляет N тыс. руб., то он продаётся со скидкой N%.

а) Могла ли средняя величина скидки составить ровно 1 тыс. руб?

б) Могла ли средняя величина скидки составить ровно 2 тыс. руб?

в) Известно, что средняя величина скидки составила ровно 3 тыс. руб. Какое наименьшее количество телефонов могло продаваться со скидкой?