

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 287

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

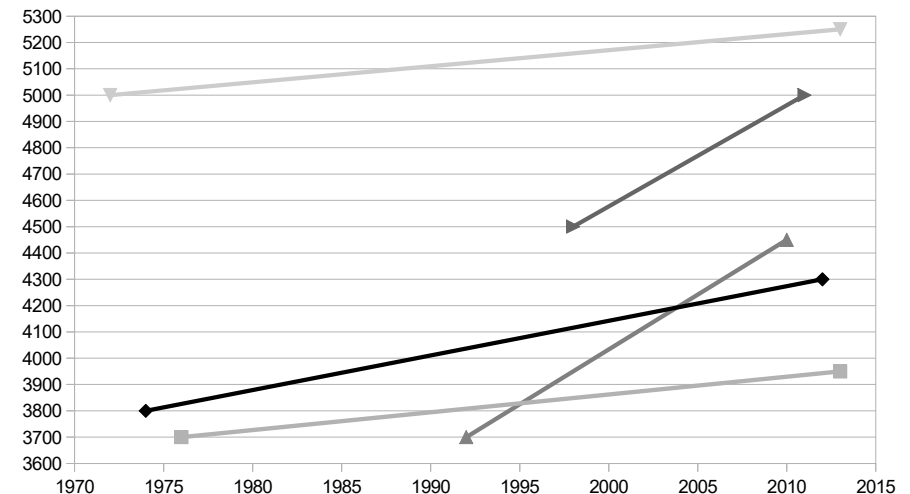
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Авиакомпания "Голубая птица" предлагает своим клиентам дополнительную услугу - страхование от нашествия инопланетян на время полета стоимостью 25% от цены билета. По статистике из 500 пассажиров только один человек приобретает данную услугу. Авиакомпания решила в десять раз увеличить свой доход от этой услуги и включила стоимость страховки в стоимость билета. На сколько процентов подорожает один билет, при условии, что страховой случай никогда не наступал и никогда не наступит?

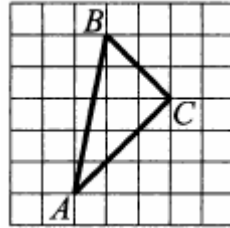
Ответ: _____.

2. На графике представлены длины кузовов для 5 моделей автомобилей. По оси ординат представлены длины кузовов в мм, по оси абсцисс — годы выпуска. Первая точка соответствует длине кузова первого варианта модели, вторая — длине кузова последнего (на период измерения) варианта. Если длина последнего варианта модели превышает длину первого более, чем на 40см, приверженцам такой модели приходится перестраивать гараж. Сколько моделей из указанных на графике доставят своим почитателям такое удовольствие?



ет: _____.

3. Найдите тангенс угла В треугольника ABC, изображенного на рисунке



Ответ: _____.

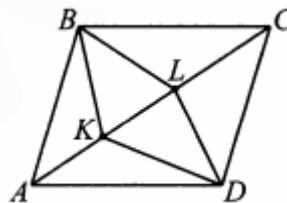
4. Студент Ипполит Кроликов хочет пригласить свою одногруппницу Сюзанну Зайцеву пойти с ним в ночной клуб. Вероятность того, что Сюзанна примет первое предложение равна 0,5. Однако вероятность того, что Сюзанна согласится со второго раза равна уже 0,6, а с третьего (и всех последующих) – 0,7. Сколько раз Кроликову надо приглашать Сюзанну, чтобы она согласилась с вероятностью, большей, чем 0,98?

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\frac{\sqrt{x^2 - 9} - 4}{\sqrt{-7x}} = 0$. Если уравнение имеет несколько решений, в ответе укажите больший из них.

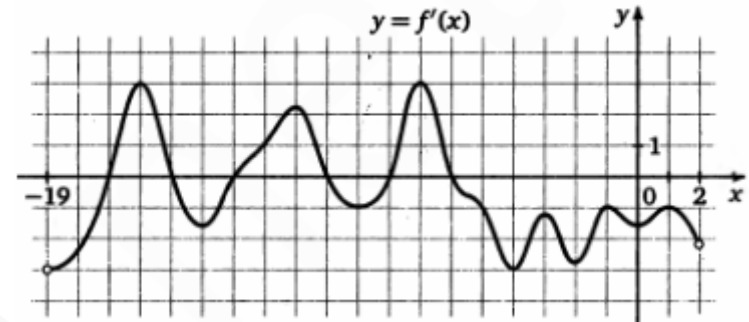
Ответ: _____.

6. В параллелограмме ABCD на диагонали AC взяты точки K и L так, что $AK = \frac{1}{3} AC$, $CL = \frac{2}{5} AC$. Найдите площадь четырехугольника BLDK, если площадь параллелограмма ABCD равна 45.



Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$, где $f'(x)$ – производная функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-19;2)



Найдите наибольшую из точек экстремума функции $y = f(x)$.

Ответ: _____.

8. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 8, боковое ребро равно 16. Найдите объем пирамиды.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $(175^7)^{-5} \cdot 7^{37} \cdot 5^{73}$.

Ответ: _____.

10. Два сосуда, заполненные воздухом при давлениях $p_1 = 0,8$ МПа и $p_2 = 0,6$ МПа, соединяют тонкой трубкой, объемом которой можно пренебречь по сравнению с объемом сосудов. Установившееся давление $p = 0,65$ МПа. В соответствии с законом Бойля-Мариотта и законом Дальтона при постоянной температуре справедливо следующее соотношение $p(V_1 + V_2) = p_1V_1 + p_2V_2$, где V_1 и V_2 – объемы первого и второго сосудов соответственно. Во сколько раз объем второго сосуда больше объема первого сосуда?

Ответ: _____.

11. Смешали равные количества 30%-го и 60%-го растворов некоторого вещества. Затем из получившего раствора вылили треть объема и долили 90%-й раствор того же вещества до прежнего уровня. Найдите процентное содержание вещества в получившемся растворе.

Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = x + \frac{25}{x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{(tgx + \sqrt{3}) \cdot \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{47}(\sqrt{2} \cos x)} = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

14. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на боковом ребре BB_1 взята точка M так, что $BM:MB_1=2:5$. Плоскость α проходит через точки M и D и параллельна прямой $A_1 C_1$. Плоскость α пересекает ребро CC_1 в точке Q .

- а) Докажите, что ребро CC_1 делится точкой Q в отношении 1:6
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α , если $CD=12$, $AA_1=14$

15. Решите неравенство $\log_3(x-1) \cdot \log_3(3^{x+1} + 3) \cdot \log_{x-1}(3^x + 1) \geq 6$

(Условие задачи предложено Дмитрием Сераком sverak_fm)

16. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE , пересекающиеся в точке P . Известно, что $AC=26$, $DE=10$

- а) Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники DEP и ACP
 б) Найдите расстояние между серединами отрезков AC и DE .

17. Александре и Всеволоду 1 сентября неимоверно повезло открыть в банке по вкладу на одинаковые суммы и на один и тот же срок меньше года. У Александры первые несколько месяцев процентная ставка составила 81,44% в месяц, а на оставшийся срок 5% в месяц. У Всеволода на протяжении всего срока ставка составила 26% в месяц. Суммы накопленных процентов в конце каждого месяца добавлялись к остатку на счете, при этом клиент мог снять деньги только в конце срока. Какое наибольшее количество месяцев у Александры могла действовать ставка 81,44%, если к моменту закрытия вкладов суммы на счетах обоих героев оказались одинаковыми?

(Условие задачи предложено Дмитрием Сераком sverak_fm)

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2axy + 2x - 2y + 3 = 0 \\ x + 2y + xy + 1 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение

19. Сева продолжает эксперимент с таблицей 3 на 3 клетки, начатый в варианте 285. Теперь его задача - разместить в ней монеты таким образом, чтобы во всех строках и столбцах таблицы количество монет было различным. Некоторые клетки могут остаться пустыми.

- а) Есть ли шанс у Севы расположить в таблице 18 монет указанным способом?
 б) А 6 монет указанным способом?
 в) Какое наименьшее количество монет потребуется Севе для выполнения поставленной задачи?

(Условие задачи предложено Дмитрием Сераком sverak_fm)