Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 275

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

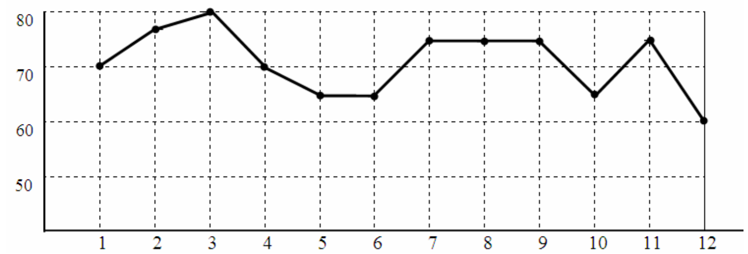
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В январе весы стоили 2800 рублей. В феврале они подешевели на 15%, а в марте — ещё на 5%. Сколько рублей стали стоить весы в апреле?

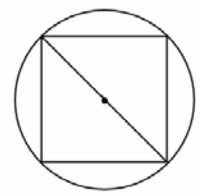
Ответ: ________________________.

2. На графике точками отмечена цена (в рублях) одного литра подсолнечного масла «Злато» в одном из супермаркетов Липецка течение первых 12 дней июля. Для наглядности точки соединены отрезками. Определите размах цен (в рублях) на подсолнечное масло «Злато» за указанный период.



Ответ: ________________________.

3. В окружность с диаметром $3\sqrt{2}$ вписан квадрат. Найдите сторону квадрата.



Ответ: ________________________.

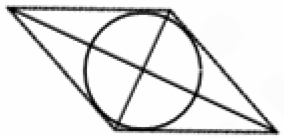
4. Вероятность, что два случайно взятых лотерейных билета окажутся выигрышными, составляет 0,04. Какова вероятность, что хотя бы один из двух билетов окажется выигрышным?

Ответ: ________________________.

5. Найдите корень уравнения $\left(\sqrt[3]{4}\right)^x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ: ________________________.

6. Диагонали ромба равны $2\sqrt{5}$ и $4\sqrt{5}$. Найдите радиус вписанной в ромб окружности.

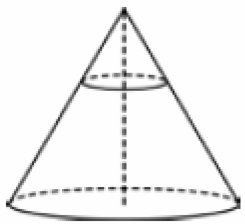


Ответ: ________________________.

7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

Ответ: ________________________.

8. Площадь основания конуса равна 45. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 4 и 8, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



Ответ: ________________________.

Часть 2

9. Известно, что $\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = -0{,}8$. Найдите tgx

Ответ: ________________________.

10. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2B$, частота $\omega = 150^0/c$, фаза $\varphi = 45^0$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, то загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: ________________________.

11. Имеется два сосуда равного объёма. Первый наполнен раствором соли с концентрацией 44%, второй – раствором соли с концентрацией 66%. Из каждого сосуда взяли по 5,5 л раствора; взятое из первого сосуда вылили во второй, а взятое из второго – в первый, после чего концентрации растворов в сосудах стали равны. Сколько литров раствора было в первом сосуде?

Ответ: ________________________.

12. Найти наибольшее значение функции $f(x) = \cos \pi x - 6x$ на отрезке $\left[-\frac{2}{3};1\right]$.

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin 3x + \cos 2x + 2 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведена секущая плоскость, содержащая диагональ AC_1 и пересекающая ребра BB_1 и DD_1 в точках F и E соответственно. Известно, что AFC_1E – ромб и AB=3, BC=2, AA_1=5

А) Найдите площадь сечения AFC_1E

Б) Найдите расстояние от точки B до плоскости сечения.

15. Решите неравенство $\dfrac{(2^x - 8)(\lg x - 1)}{\left(\log_{\frac{1}{2}} x + 1\right)\sqrt{12 - x}} > 0$

16. Окружность радиуса $2\sqrt{3}$ касается сторон AC и BC треугольника ABC в точках K и P и пересекает строну AB в точках M и N (точка N между точками B и M). Известно, что MP и AC параллельны, CK = 2, BP = 6.

А) Найдите угол BCA

Б) Найдите площадь треугольника BKN

17. Два участника создали общество с ограниченной ответственностью, при этом каждый внёс определенную сумму денег в уставный капитал общества. Через некоторое время один из участников внёс дополнительно в уставный капитал 4 млн. рублей, в результате его доля возросла на 6%. А когда он внёс в уставный капитал ещё 4 млн. рублей, его доля возросла ещё на 2%. Какую сумму ему нужно внести, чтобы увеличить свою долю ещё на 3%?

18. Найдите наименьшее значение параметра a, при котором уравнение

$$\frac{4}{\sin x} + \frac{1}{1 - \sin x} = a$$

на интервале $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ имеет хотя бы одно решение.

19. Ваня играет в игру. В начале игры на доске написано два различных натуральных числа от 1 до 9999. За один ход игры Ваня должен решить квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$, где p и q — взятые в выбранном Ваней порядке два числа, написанные к началу этого хода на доске, и, если это уравнение имеет два различных натуральных корня, заменить два числа на доске на эти корни. Если же это уравнение не имеет двух различных натуральных корней, Ваня не может сделать ход и игра прекращается.

а) Существуют ли такие два числа, начиная играть с которыми Ваня сможет сделать не менее двух ходов?

б) Существуют ли такие два числа, начиная играть с которыми Ваня сможет сделать десять ходов?

в) Какое наибольшее число ходов может сделать Ваня при этих условиях?

