Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 257

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

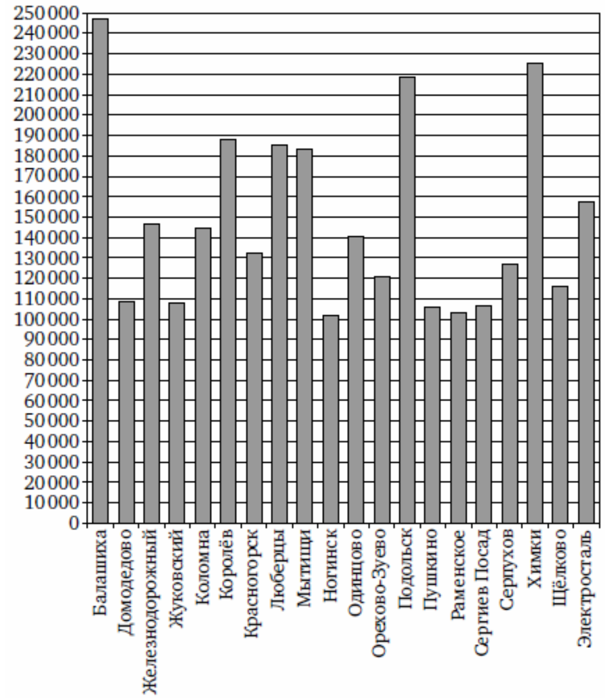
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В супермаркете проходит рекламная акция: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три шоколадки (одна шоколадка в подарок). Шоколадка стоит 32 рубля. Какое наибольшее число шоколадок можно получить на 120 рублей?

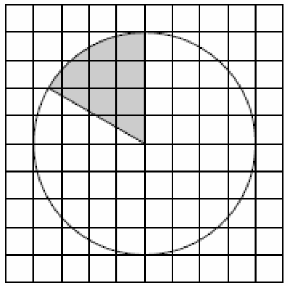
Ответ: ________________________.

2. На диаграмме показано количество жителей городов Московской области с населением свыше 100000 человек (на 1 января 2014 года). Найдите количество городов с населением больше 140000 человек.



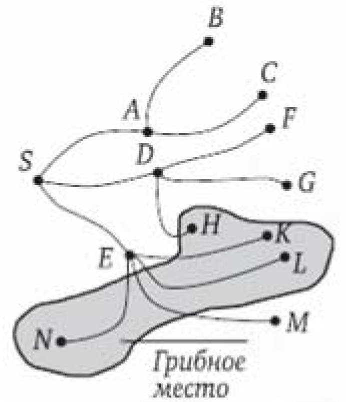
Ответ: ________________________.

3. На клетчатой бумаге изображён круг. Площадь закрашенного сектора равна 8. Найдите площадь незакрашенной части круга.



Ответ: ________________________.

4. На рисунке показана схема лесных дорожек. Пешеход идет из точки S по дорожкам, на каждой развилке выбирая дорожку случайным образом и не возвращаясь обратно. Найдите вероятность того, что он попадет в грибное место, обозначенное на схеме закрашенной областью. Результат округлите до сотых.



Ответ: ________________________.

5. Решите уравнение $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: ________________________.

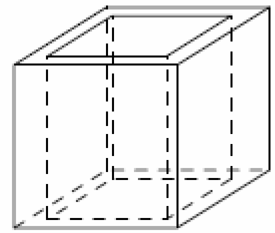
6. Около круга описана равнобедренная трапеция, периметр которой 80, а острый угол равен 30^0. Найдите площадь трапеции.

Ответ: ________________________.

7. Прямая $y = 4x - 3$ является касательной к графику функции $y = 8x^2 - 12x + c$. Найдите c.

Ответ: ________________________.

8. Из куба с ребром 3 вырезана правильная четырёхугольная призма со стороной основания 2,5 и боковым ребром 3. Найдите площадь поверхности получившегося после вырезания многогранника.



Ответ: ________________________.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\dfrac{9^{x+11} \cdot 2^{3x+8}}{3^{2x+21} \cdot 4^{x+4}}$ при $x = 2$

Ответ: ________________________.

10. Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в $Н \cdot м$) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin\alpha$, где $I = 2A$ — сила тока в рамке, $B = 3 \cdot 10^{-3}$ Тл — значение индукции магнитного поля, $l = 0{,}5$ м — размер рамки, $N = 1000$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент *M* был не меньше 0,75 $Н \cdot м$?

Ответ: ________________________.

11. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого—третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ________________________.

12. Найдите наименьшее значение функции $y=7^{5x-2}+9\cdot 7^{4-5x}-41$

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{1+\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 2x=\left(\sqrt{3}-1\right)\cos^2 x+1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\frac{3\pi}{2}\right]$

14. Диагональ основания ABCD правильной пирамиды SABCD равна 8, высота пирамиды SO равна 1. Точка M – середина ребра SC, точка K – середина ребра CD.
А) Найдите угол между прямыми BM и SK
Б) Найдите расстояние между прямыми BM и SK

15. Решите неравенство $\log_2(5-x)\cdot\log_{x+1}\frac{1}{8}\geq -6$

16. В прямоугольном треугольнике ABC из точки E, расположенной в середине катета BC, опущен перпендикуляр EL на гипотенузу AB. $AE=\sqrt{10}EL,\quad BC>AC$
А) Найдите углы треугольника ABC
Б) Найдите отношение $\frac{AE}{CL}$

17. Школьник купил тетради трех типов: в клетку, в линейку и в треугольник. Цена тетрадей в клетку и в линейку одинакова и выражается целым числом рублей, тетради в треугольник продаются по 50 рублей за штуку. Тетрадей в клетку было куплено 12 штук, в линейку – на 150 рублей, а в треугольник – столько же, сколько тетрадей в линейку. Какова наименьшая сумма, которую школьник мог заплатить за тетради?

18. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$4a^2x^4+(2a-8)x^2+a+|a|=0$$

имеет ровно три корня на промежутке $(-1;1]$

19. Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ состоит из различных натуральных чисел.
А) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \ldots, a_7$ ровно три числа делятся на 24?
Б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{30}$ ровно 9 чисел делятся на 24?
В) Для какого наибольшего натурального числа n могло оказаться так, что среди чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{3n}$ больше кратных 24, чем среди чисел $a_{3n+1}, a_{3n+2}, \ldots, a_{7n}$, если известно, что разность прогрессии равна 1?

