

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 252

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

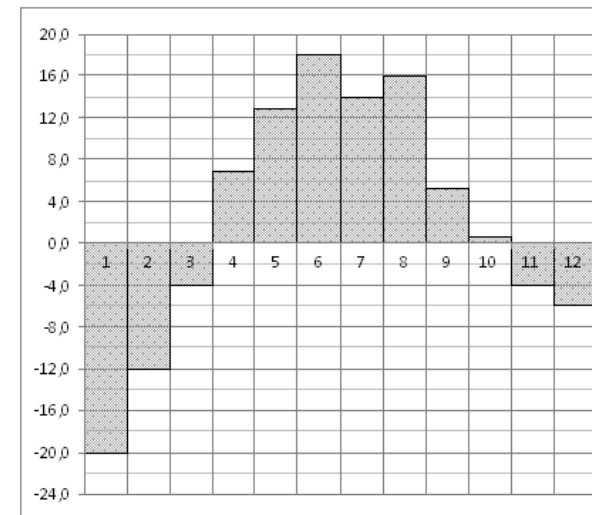
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Двое решают, как им обойдет дешевле доехать из Москвы до Санкт-Петербурга – на поезде или на автомобиле. Билет на поезд стоит 1500 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 6 литров на 100 км пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 43 рубля за литр. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую поездку за двоих?

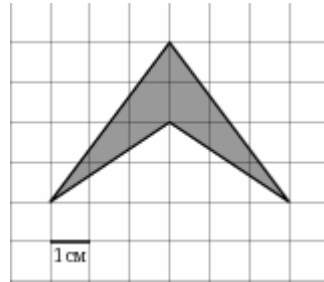
Ответ: _____.

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь 1973 года включительно. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см X 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

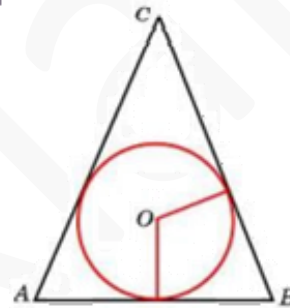
4. В барабане револьвера находятся 4 патрона из шести в произвольном порядке. Барабан раскручивают, после чего нажимают на спусковой крючок два раза. Найти вероятность двух осечек. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $7 \cdot 5^{\log_5 x} = x^2 - 30$. Если корней несколько, то в ответе укажите меньший корень.

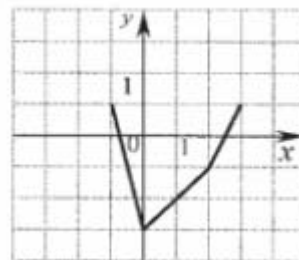
Ответ: _____.

6. В равнобедренном треугольнике боковая сторона делится точкой касания со вписанной окружностью в отношении 8:5, считая от вершины, лежащей напротив основания. Найдите основание треугольника, если радиус вписанной окружности равен 10.



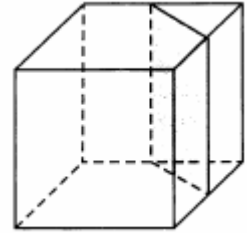
Ответ: _____.

7. Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На рисунке изображен график этой функции при $-1 \leq x \leq 3$. Найдите значение выражения $f(-3) \cdot f(1) \cdot f(11)$



Ответ: _____.

8. Объем куба равен 12. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Вычислите $\left(3,4\sqrt[3]{25\sqrt{5}} + 1,6\sqrt{5\sqrt[3]{25}}\right)^{-\frac{6}{11}}$

Ответ: _____.

10. Катер должен пересечь реку шириной $L=100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

Ответ: _____.

11. Секретарю фирмы поручили разослать письма адресатам по списку. Секретарь, отдав своему помощнику часть списка, содержащую 80% адресатов, взял оставшуюся часть себе и разослал письма по своей части списка за время, в 6 раз меньшее, чем помощник — по своей. Сколько процентов списка адресатов секретарь должен был сразу отдать помощнику (взяв себе остальные), чтобы они, работая с прежней производительностью, выполнили свою работу за одинаковое время?

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{40}{2^x + 3^x}$ на промежутке $[1;7]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{2 \cos^2 x - \sqrt{2}} + \sqrt{2} \sin x = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-7\pi; -\frac{11\pi}{2}\right]$

14. Точки M , N и P лежат на боковых ребрах правильной треугольной призмы $ABC_1A_1B_1C_1$ и делят их в отношении

$$AM : MA_1 = 1 : 2, BN : NB_1 = 1 : 3, CP : PC_1 = 2 : 3.$$

А) В каком отношении делит объем призмы плоскость, проходящая через точки M , N и P ?

Б) Докажите, что MNP - прямоугольный треугольник, если сторона основания призмы равна $2\sqrt{10}$, а боковое ребро равно 60.

15. Решите неравенство $2 + \log_{\sqrt{x^2-2x-3}} \frac{x+4}{x+1} \geq \log_{x^2-2x-3} (x^2 - 2x - 2)^2$

16. Точка N делит диагональ трапеции $ABCD$ в отношении $CN:NA=2:1$. Длины оснований BC и AD относятся как 1:3. Через точку N и вершину D проведена прямая, пересекающая боковую сторону AB в точке M .

А) Какую часть площади трапеции составляет площадь четырехугольника $MBCN$?

Б) Найдите длину отрезка MN , если $MD=9$.

17. В офисном здании 8 этажей, на каждом из которых, кроме первого, находится кабинет начальника отдела. Управляющая жилищная компания объявила, что в день профилактического ремонта лифта он сделает всего один подъем сразу всех начальников на один, указанный ими этаж. После подъема начальники будут вынуждены идти в свои кабинеты по лестнице. В качестве компенсации за причиненные неудобства за каждый необходимый подъем на очередной этаж по лестнице каждому начальнику будет начислено 200 рублей. За каждый аналогичный спуск – 100 рублей. Этаж необходимо выбрать так, чтобы общая сумма компенсаций была минимальной. Укажите в рублях эту сумму.

18. Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$3 - 2 \cos x = p(1 + \operatorname{tg}^2 x)$$

имеет хотя бы один корень.

19. На доске написаны числа 3 и 5. За один ход разрешено заменить написанную на доске пару чисел a и b парой чисел $2a - 1$ и $a + b + 1$ (например, из пары чисел 3 и 5 за один ход можно получить либо числа 5 и 9, либо числа 9 и 9)

А) Может ли получиться так, что после нескольких ходов на доске будут написаны числа 73 и 75?

Б) Может ли получиться так, что после нескольких ходов одно из написанных на доске чисел будет равно 35?

В) После 2017 ходов на доске получили пару чисел, не равных друг другу. Какое наименьшее значение может иметь разность между большим и меньшим из этих чисел?