

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 243

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

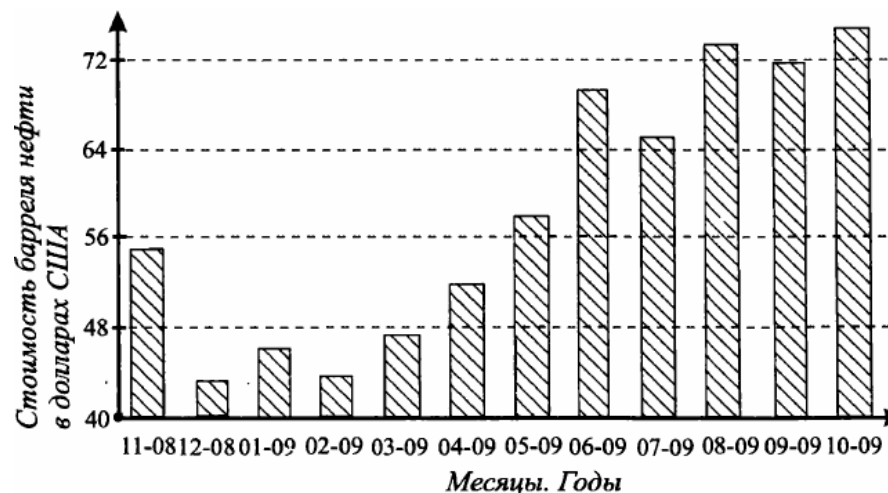
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. По тарифному плану «Лимитированный безлимит» Интернет-провайдер каждый вечер снимает со счета абонента 26 рублей. Если на счету осталось меньше 26 рублей, то на следующее утро Интернет блокируется до пополнения счета. Сегодня утром на счету у Аристарха 800 рублей. Сколько дней (считая сегодняшний) он сможет пользоваться Интернетом, не пополняя счет?

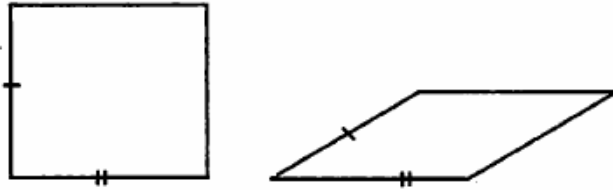
Ответ: _____.

2. На диаграмме показано изменение цены на нефть в долларах США. Определите сколько раз падение цен на нефть сменялось их ростом.



Ответ: _____.

3. Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найдите тупой угол параллелограмма, если его площадь равна половине площади прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

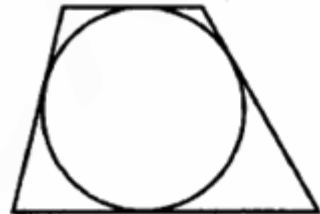
4. В торговом центре два одинаковых автомата продают шоколадки. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончатся шоколадки, равна 0,6. Вероятность того, что шоколадки закончатся в обоих автоматах, равна 0,22. Найдите вероятность того, что к концу дня шоколадки останутся в обоих автоматах.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\ln \frac{12}{x-4} = \ln(x+7)$. Если корней несколько, в ответе укажите их сумму.

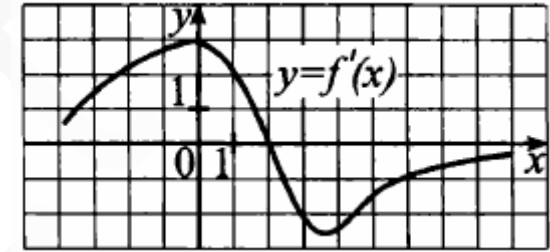
Ответ: _____.

6. Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 60. Найдите ее среднюю линию.



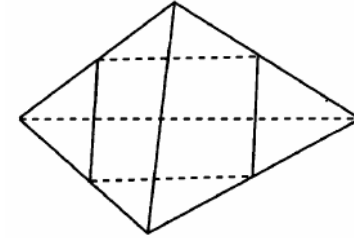
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $f(x)$ параллельна оси абсцисс.



Ответ: _____.

8. Сечение площадью 2,25 проходит через середины ребер правильного тетраэдра. Найдите площадь S полной поверхности тетраэдра. В ответе укажите $2\sqrt{3}S$.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\log_2 \cos \frac{\pi}{12} + \log_2 \sin \frac{\pi}{24} + \log_2 \sin \frac{11\pi}{24}$

Ответ: _____.

10. Деталью прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера (в Н·м), стремящейся повернуть рамку, определяется формулой $M = NIBl^2 \sin \alpha$, где $I = 8A$ - сила тока в рамке, $B = 0,05Tл$ - значение индукции магнитного поля, $l = 0,03м$ - размер рамки, $N = 500$ - число витков провода в рамке, α - острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше $0,09Н \cdot м$.

Ответ: _____.

11. Велосипедист ехал сначала 3 минуты с горы, а затем 5 минут в гору. Обратный путь он проделал за 16 минут, двигаясь с горы и в гору с теми же скоростями, что и прежде. Во сколько раз скорость велосипедиста при движении с горы была больше, чем скорость в гору?

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $5 \cdot 25^{x-\frac{1}{2}} - 19 \cdot 10^x + 6 \cdot 4^{x+\frac{3}{2}} = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3;4]$

14. На ребре SD правильной четырёхугольной пирамиды SABCD отмечена точка M, причем SM:MD=3:2. Точки P и Q – середины рёбер BC и AD соответственно

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью MPQ является равнобедренной трапецией

б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость MPQ разбивает пирамиду

15. Решите неравенство $\frac{4}{\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}} - 9 - \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^x} - 3^{x-1} > 0$

16. Окружность с центром O, вписанная в треугольник ABC, касается его сторон AB, AC и BC в точках C_1 , B_1 и A_1 соответственно. Биссектриса угла A пересекает эту окружность в точке Q, лежащей внутри треугольника AB_1C_1 .

А) Докажите, что C_1Q – биссектриса угла AC_1B_1 .

Б) Найдите расстояние от точки O до центра окружности, вписанной в треугольник AB_1C_1 , если известно, что $BC=9$, $AB=10$, $AC=17$.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 52 \\ y - 2 = a(x - 5) \end{cases}$$

имеет ровно два решения

19. А) Существует ли натуральное число n , делящееся нацело на 12 и при этом имеющее ровно 12 различных делителей (включая единицу и само число n)?

Б) Найдите все натуральные числа, делящиеся нацело на 14 и имеющие ровно 14 различных натуральных делителей.

В) Существует ли натуральное число, делящееся нацело на 2014 и имеющее ровно 2014 различных натуральных делителей?