

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 236

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.



Желаем успеха!

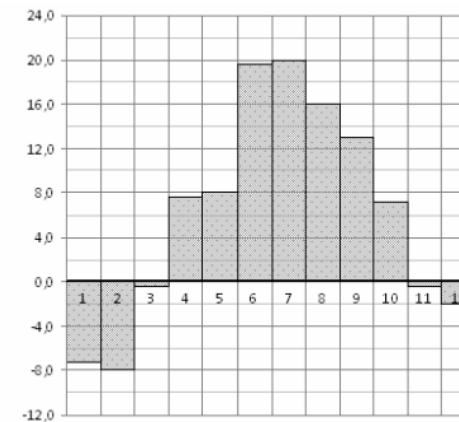
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

**1.** Одна таблетка лекарства весит 40 мг и содержит 6% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 6 кг в течение суток?

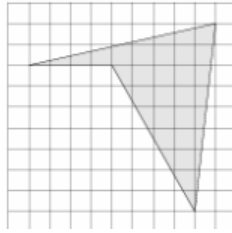
Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

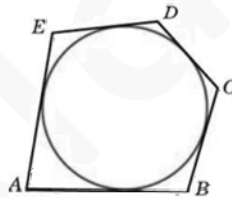
4. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 6 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 4 очка, в случае ничьей – 2 очка, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{2x + 5} = -3$ .

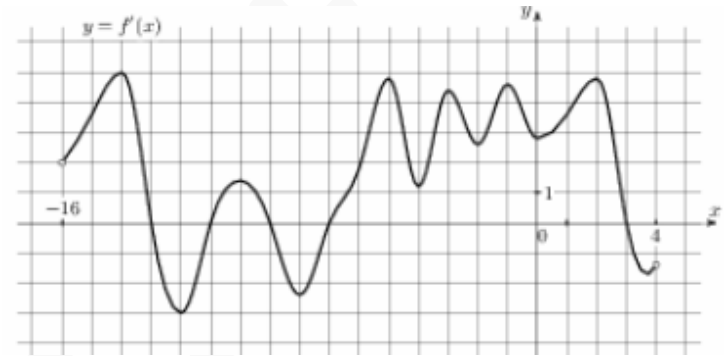
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Около окружности, радиус которой равен 2, описан многоугольник, периметр которого равен 36. Найдите его площадь.



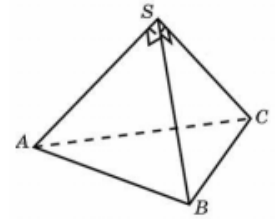
Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  – производной функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-16; 4)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $y = f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-14; 2]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 3. Найдите объем пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\sin \frac{7\pi}{6} \cdot \cos \frac{5\pi}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 490$  Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} \text{ (Гц)}, \text{ где } c \text{ – скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на}$$

платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы. Считать, что  $c = 340$  м/с. Ответ выразите в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 67% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 77% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x^2 - 4x + 4) \cdot e^x$  на отрезке  $[-1; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13.** Дано уравнение  $\frac{1}{\cos 2x \cos x} = \frac{1}{\sin 2x \sin x}$ .

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**14.** Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Пусть  $l$  – линия пересечения плоскостей  $ACD_1$  и  $BDC_1$ .

А) Докажите, что прямые  $DB_1$  и  $l$  перпендикулярны.

Б) Найдите расстояние между прямыми  $DB_1$  и  $l$ , если ребро куба равно 2.

**15.** Решите неравенство  $\log_x^2(3-x) \leq \log_{x+2}(3-x)$ .

**16.** В тупоугольном треугольнике  $ABC$  ( $\angle C$  – тупой) на высоте  $BH$  как на диаметре построена окружность, пересекающая стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно.

А) Докажите, что  $\sin \angle ABC = \frac{PH}{BC} - \frac{KH}{BA}$ .

Б) Найдите длину отрезка  $PK$ , если известно, что  $BA=13$ ,  $BC=8$ ,  $\sin \angle ABC = \frac{7\sqrt{3}}{26}$ .

**17.** Иван Иванович попросил у своего соседа Ивана Никифоровича взаймы на несколько дней 648 тысяч рублей, пообещав вернуть долг с процентами. Иван Никифорович заявил, что если он даст в долг на  $n$  дней  $S$  рублей, то сосед должен

будет вернуть сумму, равную  $S \left(1 + \frac{n}{300}\right) + \frac{S}{n}$ . После недолгих раздумий Иван

Иванович согласился на предложенные условия. Через сколько дней Ивану Ивановичу следует рассчитаться с долгом, чтобы выплаты оказались наименьшими? Сколько в этом случае составит переплата сверх взятой в долг суммы?

**18.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2ax + 2ay \leq 0, \\ x^2 + y^2 + 6ax + 8ay \leq 1 - 10a \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

**19.** Из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составлена обыкновенная дробь  $A$ , числитель и знаменатель которой – пятизначные числа (каждая цифра использовалась ровно один раз).

А) Какое наибольшее значение может принимать  $A$ ?

Б) Может ли значение  $A$  оказаться целым числом?

В) Найдите такое  $A$ , чтобы значение  $|A-1|$  было наименьшим.