

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 233

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.



Желаем успеха!

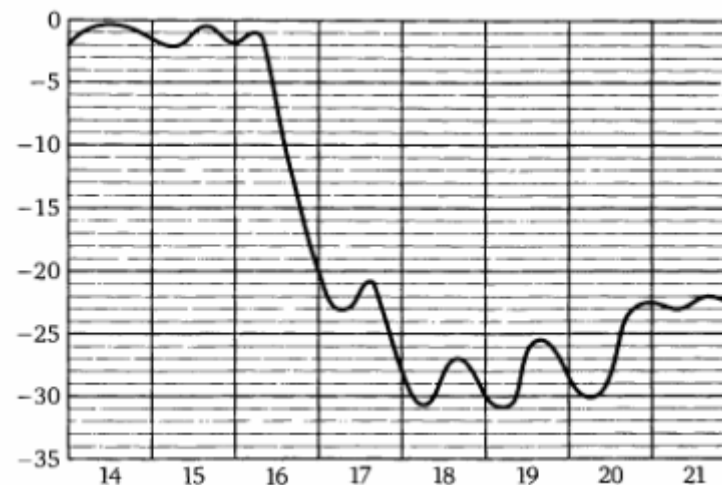
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Выпускники 11 «А» класса покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить цветы 15 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 35 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

Ответ: \_\_\_\_\_.

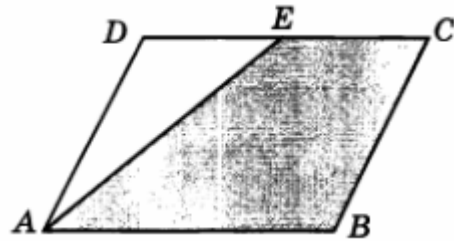
2. На рисунке примерно показано изменение температуры воздуха в Москве с 14 по 21 января. По горизонтали указываются числа января, по вертикали – температура в градусах Цельсия.



Пользуясь рисунком, найдите разность между наибольшей и наименьшей температурой за те сутки, когда произошло резкое похолодание.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Площадь параллелограмма ABCD равна 20. Точка E – середина стороны CD. Найдите площадь трапеции ABCE.



Ответ: \_\_\_\_\_.

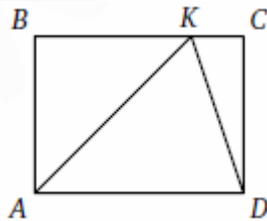
4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $\cos \frac{\pi x}{6} = -0,5$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

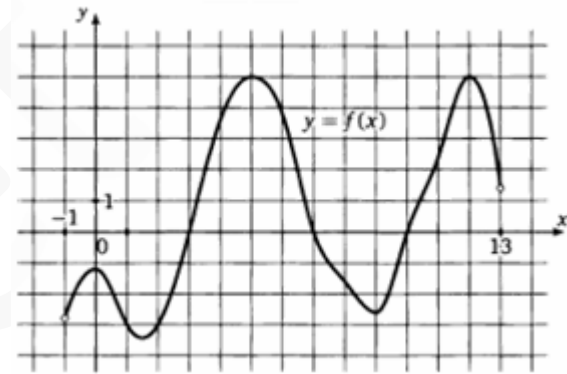
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. На стороне BC прямоугольника ABCD (AB=15, AD=23) отмечена точка K так, что треугольник АКВ равнобедренный. Найдите DK.



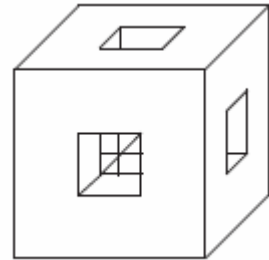
Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-1;13)$ . Определите количество целых чисел  $x_i$ , для которых  $f'(x_i)$  отрицательно.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Для каждой грани куба с ребром 6 проделали сквозное квадратное отверстие со стороной квадрата 2. Найдите объем оставшейся части.



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $8 \operatorname{tg} \frac{7\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{11\pi}{6}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0} \cdot kt + \frac{g}{2} k^2 t^2$$

где  $t$ —время (в секундах), прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м —

начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{500}$  - отношение площадей поперечных сечений

крана и бака, а  $g$ —ускорение свободного падения (считайте  $g=10$  м/с<sup>2</sup>).

Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** Двое рабочих выполняют некоторую работу. Если ко времени, за которое выполнит всю работу первый рабочий, прибавить время, за которое выполнит всю работу второй рабочий, получится 12 часов. За сколько часов выполнит работу первый рабочий, если разность времени первого и второго рабочих в полтора раза больше времени, за которую выполняют всю работу оба рабочих, работая совместно?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 200$  на отрезке  $[-3; 2]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13.** а) Решите уравнение  $\frac{\cos 2x - \cos 4x - 4 \sin 3x - 2 \sin x + 4}{2 \sin x - 1} = 0$

б) Найдите корни, принадлежащие промежутку  $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

**14.** На ребрах  $NN_1$  и  $KN$  куба  $KLMNK_1L_1M_1N_1$  отмечены такие точки  $P$  и  $Q$ , что  $\frac{KQ}{QN} = \frac{1}{4}$ ;  $\frac{NP}{PN_1} = 4$ . Через точки  $M_1, P, Q$  проведена плоскость.

- А) Докажите, что плоскость делит объем куба в отношении 61:89  
 Б) Найдите расстояние от точки  $K$  до плоскости сечения, если ребро куба равно 3.

**15.** Решите неравенство  $\log_{10}|2x+3|^3 + 2 \log_{(2x+3)^3} 10 < 3$

**16.** Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 3,  $BC=2AC$ ,  $E$  – точка пересечения продолжения биссектрисы  $CD$  данного треугольника с описанной около него окружностью, причем  $DE=1$ .

- А) Докажите, что  $AE \parallel BC$   
 Б) Найдите длину стороны  $AC$

**17.** Два банка начисляют проценты по вкладам (свои в каждом банке). Причем первый из них начисляет проценты ежеквартально на всю лежащую на счете сумму, второй – начисляет проценты по вкладу в конце года. Если клиент положит на два года четверть имеющейся у него суммы денег в первый банк, а оставшуюся часть – во второй, то его прибыли составит 40,08% от первоначальной суммы. Если же наоборот три четверти исходной суммы – в первый, а оставшуюся часть – во второй, то через два года прибыль составит 70%. Какова будет его прибыль в процентах от первоначальной суммы, если он положит все деньги на один год в первый банк?

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых неравенство

$$x^2 + 4x + 6a|x + 2| + 9a^2 \leq 0$$

имеет не более одного решения.

**19.** Бесконечная геометрическая прогрессия  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел. Пусть  $S_1 = b_1$  и  $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$  при всех натуральных  $n \geq 2$ .

- А) Приведите пример такой прогрессии, для которой среди чисел  $S_1, S_2, S_3, S_4$  ровно два числа делятся на 24.  
 Б) Существует ли такая прогрессия, для которой среди чисел  $S_1, S_2, S_3, S_4$  ровно три числа делятся на 24.  
 В) Какое наибольшее количество чисел среди  $S_1, S_2, \dots, S_8$  может делиться на 24, если известно, что  $S_1$  на 24 не делится?