Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 231

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

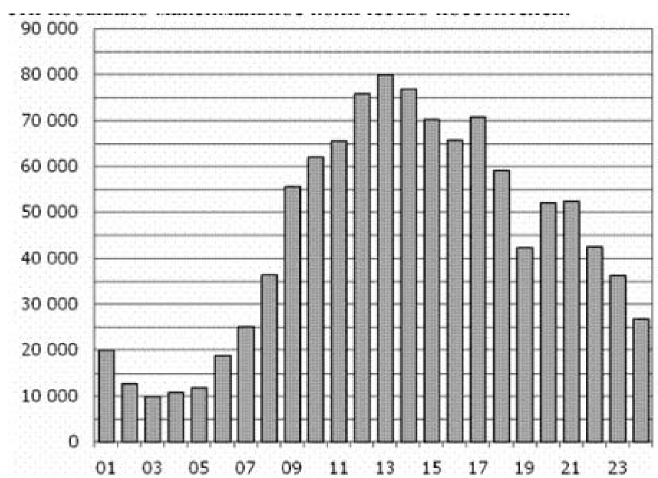
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 290 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 16 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

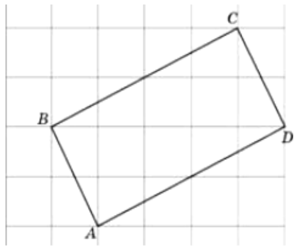
Ответ: ________________________.

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается номер часа, по вертикали – количество посетителей сайта за данный час. Определите по диаграмме, сколько часов за эти сутки аудитория посетителей сайта РИА Новости находилась в пределах от 30 до 50 тыс.



Ответ: ________________________.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольник *ABCD*. Найдите радиус окружности, описанной около этого прямоугольника.



Ответ: ________________________.

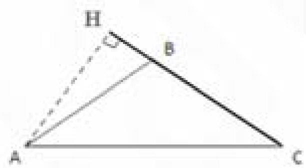
4. В 10-х классах 51 учащийся, среди них две подруги – Марина и Настя. Для написания ВПР по географии 10-классников случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Марина и Настя окажутся в одной группе.

Ответ: ________________________.

5. Найдите корень уравнения $8^{3+2x}=0{,}64\cdot 10^{3+2x}$.

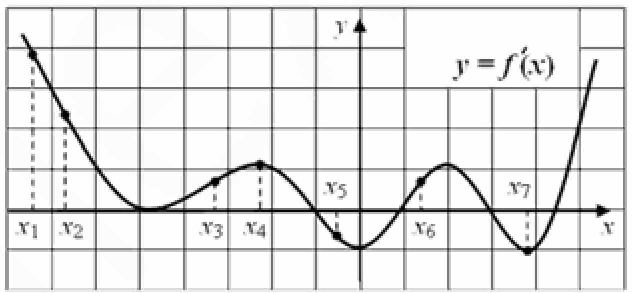
Ответ: ________________________.

6. В равнобедренном треугольнике *ABC* с основанием *AC* боковая сторона равна $4\sqrt{15}$, sin∠*BAC*=0,25. Найдите длину высоты *AH*.



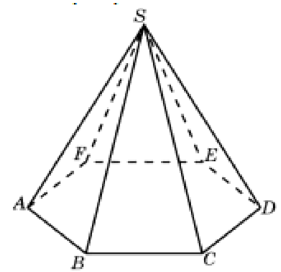
Ответ: ________________________.

7. На графике производной функции $y=f'(x)$ отмечены семь точек: $x_1,\dots,x_7$. Найдите все отмеченные точки, в которых функция *f* (*x*) убывает. В ответе укажите количество этих точек.



Ответ: ________________________.

8. Объем правильной шестиугольной пирамиды 6. Сторона основания равна 1. Найдите боковое ребро.



Ответ: ________________________.

Часть 2

9. Найти $\cos 4x$, если $\sin x-\cos x=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

Ответ: ________________________.

10. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью v_0 =30 м/с, начал торможение с постоянным ускорением *a* = 4 м/с^2. За *t* секунд после начала торможения он прошёл путь $S=v_0t-\dfrac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 112 метров. Ответ выразите в секундах.

Ответ: ________________________.

11. Расстояние между городами A и B равно 550 км. Из города A в город B со скоростью 50 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 75 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Ответ: ________________________.

12. Найдите наибольшее значение функции $y=18\sin x-9\sqrt{3}x+1{,}5\sqrt{3}\pi+21$ на отрезке $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. Дано уравнение $\sqrt{\sin 2x} = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{\cos x}.$
А) Решите уравнение.
Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

14. В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит прямоугольная трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD ($BC < AD$), в которой AB=5, CD=4, BC=6. Через точку C и середину ребра BB_1 параллельно B_1D проведена плоскость β.
А) Докажите, что плоскость β пересекает ребро AA_1 в такой точке P, что A_1P=3AP.
Б) Найдите объем пирамиды с вершиной в точке B, основанием которой служит сечение призмы плоскостью β, если известно, что BB_1=16.

15. Решите неравенство $\dfrac{7 \cdot 4^x + 2^{x^2+1}}{3 - 2^{2x-x^2}} \geq 2^{2x+3}$.

16. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка K. Оказалось, что отрезок AK пересекает медиану BD в точке E так, что $AE=BC$.
А) Докажите, что $BK=KE$.
Б) Найдите площадь четырехугольника $CDEK$, если известно, что AB=13, AE=7, AD=4.

17. Олигарх Аристарх Луков-Арбалетов имеет в собственности три частных банка. Активы первого банка состоят на 70% из рублей и на 30% из долларов. Во втором банке 80% активов составляют рубли и 20% – евро; в третьем банке 50% активов в рублях, 10% – в долларах и 40% – в евро. Аристарх планирует открыть 4-й банк, направив туда часть активов из каждого банка так, чтобы доля каждой валюты в каждом из них сохранилась, а активы нового банка состояли бы ровно на 15% в долларах. Какой наименьший процент рублей могут содержать активы нового банка?

18. Найдите все a, при каждом из которых уравнение $\log_{\frac{1,2x}{\pi}}(2\sin^2 x - 4a\sin x - \sin x + 2a + 1) = 0$ имеет не более трёх корней, входящих в отрезок $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

19. Даны 20 чисел: 2, 3, 4,..., 20, 21.
А) Какое наибольшее количество попарно взаимно простых чисел можно выбрать из приведенных 20 чисел?
Б) Докажите, что если из приведенных 20 чисел выбрать любые 12, то обязательно найдутся два числа, из которых одно делится на другое.
В) Пусть 20 приведенных чисел являются соответственно длинами сторон 20 квадратов. Можно ли эти 20 квадратов разделить на две группы так, чтобы суммы площадей квадратов в этих группах были бы одинаковыми?