

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 221**

**Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

1. Когда Аристарх Луков-Арбалетов сдал ОГЭ, друзья подарили ему 10 биткоинов. Сколько раз Аристарх может оплатить 6-летнее обучение в ВУЗе, если стоимость обучения 300 тыс. рублей за год, к моменту оплаты курс биткоина был 17000 долларов США, а один доллар стоил 57 рублей?

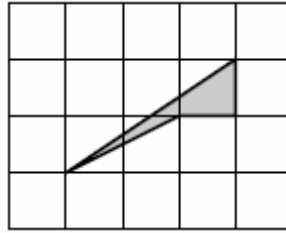
Ответ: _____.

2. На графике показано изменение курса биткоина к доллару США за некоторый период времени. Определите по графику разность между наибольшей и наименьшей стоимостью биткоина за указанный период в рублях по курсу 57 рублей за один доллар США.



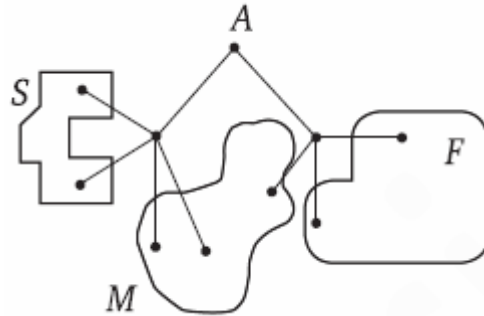
Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге (сторона клетки 1 см) изображён четырёхугольник. Найдите его площадь. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4. Аристарх Луков-Арбалетов совершает прогулку из точки А по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Часть маршрутов приводит к поселку S, другие — в поле F или в болото M. Найдите вероятность того, что Аристарх забредет в болото. Результат округлите до сотых.



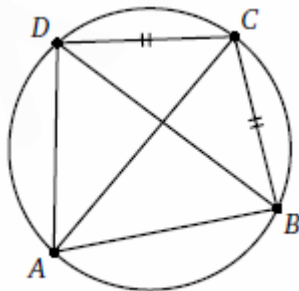
Ответ: _____.

5. Решите уравнение: $\sqrt{10-3x} = x-2$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

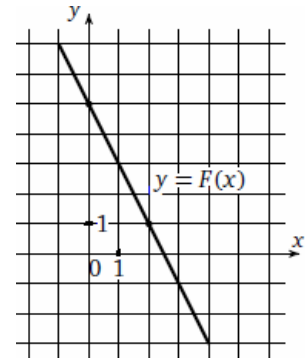
Ответ: _____.

6. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность, причём $BC = CD$. Известно, что угол ADC равен 93° . Найдите, под каким острым углом пересекаются диагонали этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



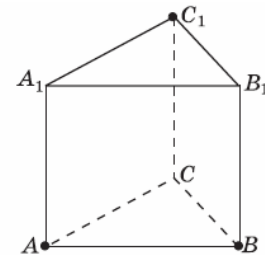
Ответ: _____.

7. Прямая, изображенная на рисунке, является графиком одной из первообразных функции $y = f(x)$. Найдите $f(2)$.



Ответ: _____.

8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, стороны оснований которой равны 2, боковые ребра равны 1, проведите сечение через вершины ABC_1 . Найдите его площадь.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения: $\frac{b^3 \cdot \sqrt[12]{b}}{\sqrt[2]{b} \cdot \sqrt[28]{b}}$ при $b = 4$

Ответ: _____.

10. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полёта камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой

$$y = ax^2 + bx$$

где $a = -\frac{1}{25} \text{ м}^{-1}$, $b = \frac{7}{5}$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

Ответ: _____.

11. Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали с постоянными скоростями два автомобиля. Скорость первого автомобиля была в два раза больше скорости второго. Второй автомобиль прибыл в А на 1 час позже, чем первый прибыл в В. На сколько минут раньше произошла бы встреча автомобилей, если бы второй автомобиль ехал с той же скоростью, что и первый?

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 - 6x + 36}{x}$ на отрезке [3;9]

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение: $7 \sin\left(2x - \frac{5\pi}{2}\right) + 9 \cos x + 1 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{3}\right]$

14. Основание пирамиды DABC —прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Высота пирамиды проходит через середину ребра AC, а боковая грань ACD—равносторонний треугольник.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью, проходящей через ребро BC и произвольную точку М ребра AD,—прямоугольный треугольник.

б) Найдите расстояние от вершины D до этой плоскости, если М — середина ребра AD, а высота пирамиды равна б.

15. Решите неравенство:

$$\frac{3 \log_{0,5} x}{2 - \log_{0,5} x} \geq 2 \log_{0,5} x + 1$$

16. Площадь трапеции ABCD равна 30. Точка Р – середина боковой стороны АВ. Точка R на боковой стороне CD выбрана так, что $2CD = 3RD$. Прямые AR и PD пересекаются в точке Q, $AD = 2BC$.

А) Докажите, что точка Q – середина отрезка AR

Б) Найдите площадь треугольника APQ.

17. В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,2 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда. Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод? (Человеко-час — единица учёта рабочего времени, соответствует часу работы одного человека, То есть 40 человеко-часов формируют: 1 человек, работающий 40 часов; или 2 человека, работающие 20 часов; или 4 человека, работающие 10 часов; и т. д.)

18. Найдите все значение параметра a , при которых система

$$\begin{cases} 9x^2 - 6xy + y^2 + 6x - 13y + 3 = 0 \\ 13x^2 + 6xy + 10y^2 + 16x + 2y - 4ax - 6ay + a^2 - 2a + 3 = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Назовем натуральное число палиндромом, если в его десятичной записи все цифры расположены симметрично (совпадает первая и последняя цифры, вторая и предпоследняя, и т.д. Например, числа 121 и 123321 являются палиндромами.

А) Приведите пример числа-палиндрома, которое делится на 15

Б) Сколько существует пятизначных чисел-палиндромов, делящихся на 15?

В) Найдите 37-е по величине число-палиндром, которое делится 15.