

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Досрочный экзамен 30 марта 2018 года

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

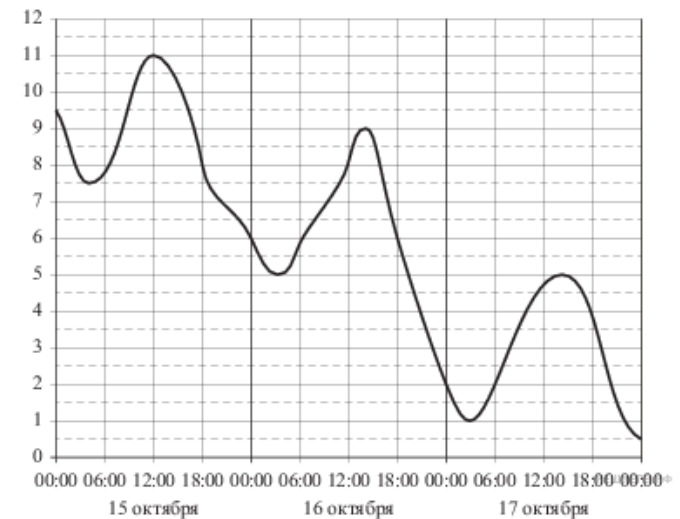
**Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.**

Часть 1

**1.** Диагональ экрана телевизора равна 113 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров?

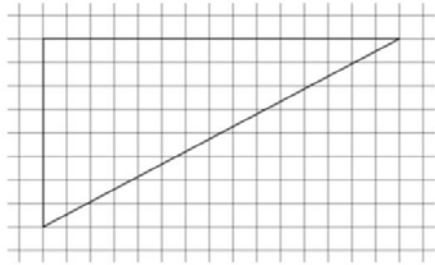
Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 17 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его гипотенузы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

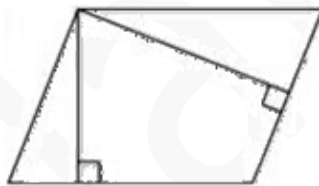
4. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 24 доклада, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Найдите корень уравнения  $(x + 1)^5 = 32$

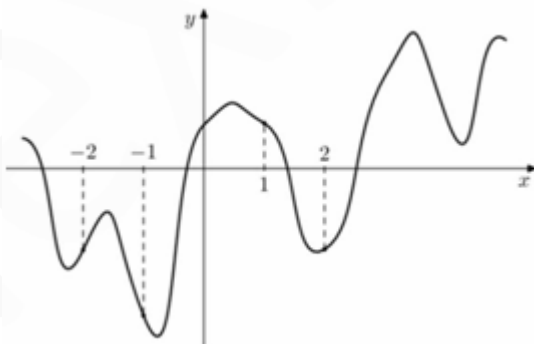
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Стороны параллелограмма равны 12 и 15. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.



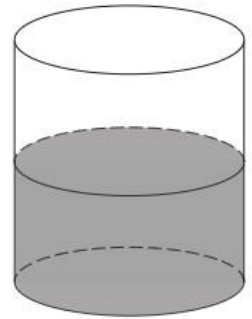
Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график функции  $f(x)$  и отмечены точки  $-2, -1, 1, 2$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. В цилиндрический сосуд налили  $1000 \text{ см}^3$  воды. Уровень воды при этом достигает высоты 14 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 7 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\frac{7 \sin 154^\circ}{\sin 77^\circ \sin 13^\circ}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 5$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,2$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 19,1$  — постоянная,  $T = 300 \text{ K}$  — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 28650 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 775 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 28 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 61 час после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наибольшее значение функции  $y = (x^2 - 9x + 9)e^x$  на отрезке  $[-5; 3]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13. а)** Решите уравнение  $\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4 \sin^2 \frac{x}{2}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$

**14.** На ребре  $AA_1$  правильной четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечена точка  $K$ , причем  $AK : KA_1 = 1 : 3$ . Через точки  $K$  и  $B$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $AC$  и пересекающая ребро  $DD_1$  в точке  $M$ .

А) Докажите, что точка  $M$  – середина ребра  $DD_1$

Б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $\alpha$ , если,  $AB = 5, AA_1 = 4$

**15.** Решите неравенство  $\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}$

**16.** Высоты тупоугольного треугольника  $ABC$  с тупым углом  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Угол  $AHC$  равен  $60$  градусов.

А) Докажите, что угол  $ABC$  равен  $120$  градусов

Б) Найдите  $BH$ , если  $AB=6, BC=10$

**17.** В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на  $20\%$  по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, какую сумму взяли в кредит, если известно, что кредит был выплачен четырьмя равными платежами (то есть за  $4$  года) и общая сумма выплат составила  $311040$  рублей.

**18.** Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ((x+5)^2 + y^2 - a^2) \ln(9 - x^2 - y^2) = 0 \\ ((x+5)^2 + y^2 - a^2)(x + y + 5 - a) = 0 \end{cases}$$

имеет два различных решения

**19.** На доске написаны числа  $a_1, \dots, a_n$  каждое из которых не меньше  $50$  но не больше  $150$ . Каждое из чисел  $a_i$  уменьшили на  $r_i\%$ . При этом для каждого  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) либо  $r_i$  равно  $2$ , либо число  $a_i$  уменьшилось на  $2$ .

а) Может ли среднее арифметическое чисел  $r_1, \dots, r_n$  быть равным  $5$ ?

б) Может ли оказаться что среднее арифметическое чисел  $r_1, \dots, r_n$  больше  $2$ , а сумма чисел  $a_1, \dots, a_n$  уменьшилась более чем на  $2n$  ?

в) Пусть на доске написано  $30$  чисел, сумма которых уменьшилась на  $40$ .

Найдите наибольшее значение среднего арифметического  $r_1, \dots, r_{30}$ .