19 В школьном живом уголке 4 ученика кормят кроликов. Каждый ученик насыпает нескольким кроликам (хотя бы одному, но не всем) порцию корма. При этом первый ученик даёт порции по 100 г, второй — по 200 г, третий — по 300 г, четвёртый — по 400 г, а какие-то кролики могут остаться без корма.

а) Может ли оказаться, что кроликов было 15 и все они получили одинаковое количество корма?

б) Может ли оказаться, что кроликов было 15 и все кролики получили разное количество корма?

в) Какое наибольшее количество кроликов могло быть в живом уголке, если известно, что каждый ученик засыпал корм ровно четырём кроликам и все кролики получили разное количество корма?

Ответ: а) да, б) нет; в) 9.

19 а) Существуют ли такие натуральные двузначные числа m и n, что выполняется неравенство $\left|\frac{m}{n}-\sqrt{3}\right|<\frac{1}{100}$?

б) Существуют ли такие натуральные двузначные числа m и n, что выполняется неравенство $\left|\frac{m^2}{n^2}-3\right|<\frac{1}{10000}$?

в) Найдите натуральное число n, при котором выражение $\left|\frac{n+10}{n}-\sqrt{3}\right|$ принимает минимальное значение.

Ответ: а) да; б) нет; в) 14.

19 В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писали 27 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе №1 вырасти в 2 раза?

б) Средний балл в школе №1 вырос на 4%, средний балл в школе №2 также вырос на 4%. Мог ли первоначальный средний балл в школе №2 равняться 1?

в) Средний балл в школе №1 вырос на 4%, средний балл в школе №2 также вырос на 4%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.

Ответ: а) нет; б) нет; в) 5.

19 На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 7, а среднее арифметическое шести наибольших равно 12.

а) Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 5?

б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 10?

в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

Ответ: а) нет; б) нет; в) 9,5.

19 В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе №1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе №2 равняться 7?

в) Средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.

Ответ: а) да; б) нет; в) 5.

19 **На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 6, а среднее арифметическое шести наибольших равно 14.**

а) Может ли наименьшее из этих одиннадцати чисел равняться 4?

б) Может ли среднее арифметическое всех одиннадцати чисел равняться 8?

в) Пусть B — шестое по величине число, а S — среднее арифметическое всех одиннадцати чисел. Найдите наибольшее значение выражения $S-B$.

Ответ: а) нет; б) нет; в) $\frac{12}{11}$.

19 В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере 2 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом, причём в школе №2 средний балл равнялся 42.

Один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах. В результате средний балл в школе №1 уменьшился на 10%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 10%.

а) Сколько учащихся могло писать тест в школе №2 изначально?

б) Каждый учащийся школы №2, писавший тест, набрал больше баллов, чем перешедший в неё учащийся школы №1. Какое наибольшее количество баллов мог набрать учащийся школы №2?

в) Какое наибольшее количество учащихся могло писать тест в школе №1 изначально?

Ответ: а) 4; б) 102; в) 96.

19 За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 3 пункта при получении трёх звёзд, на 6 пунктов при получении двух звёзд и на 9 пунктов при получении одной звезды. Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 32 пункта?

б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пункта и суммарно было получено 17 звёзд?

в) За пройденный уровень начисляется 9000 очков при получении трёх звёзд, 5000 — при получении двух звёзд и 2000 — при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пункта и суммарно было получено 17 звёзд?

Ответ: а) нет; б) 7; в) 49 000.

19 На доске написано больше трёх различных натуральных чисел, наименьшее из которых равно 1, а наибольшее равно 1501. Если стереть с доски любое из написанных чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел будет целым числом.

а) Может ли на доске быть написано число 5?

б) Может ли на доске быть написано число 12?

в) Какое наибольшее количество чисел может быть написано на доске?

Ответ: а) да; б) нет; в) 31.