

13. а) Решите уравнение

$$\sqrt{x^3 - 4x^2 - 10x + 29} = 3 - x.$$

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\sqrt{3}; \sqrt{30}]$.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 2. Точка M – середина ребра AA_1 .

а) Докажите, что прямые MB и B_1C перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми MB и B_1C .

15. Решите неравенство

$$3^{x^2} \cdot 5^{x-1} \geq 3.$$

16. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известны стороны и диагональ: $AB = 3$, $BC = CD = 5$, $AD = 8$, $AC = 7$.

а) Докажите, что вокруг этого четырёхугольника можно описать окружность.

б) Найдите BD .

17. В регионе A среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 43 740 рублей и ежегодно увеличивался на 25%. В регионе B среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 60 000 рублей. В течение трёх лет суммарный доход жителей региона B увеличивался на 17% ежегодно, а население увеличивалось на $m\%$ ежегодно. В 2017 году среднемесячный доход на душу населения в регионах A и B стал одинаковым. Найдите m .

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ xy = a^2 - 3a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения?

19. а) Существуют ли **различные** двузначные натуральные числа m и n такие, что

$$\left| \frac{m}{n} - \sqrt{2} \right| < \frac{1}{100}.$$

б) Существуют ли **различные** двузначные натуральные числа m и n такие, что

$$\left| \frac{m^2}{n^2} - 2 \right| < \frac{1}{10000}.$$

в) Найдите все возможные значения натурального числа n при каждом которых значение выражения

$$\left| \frac{n+10}{n} - \sqrt{2} \right|$$

будет наименьшим.