

**Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.**

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 190**

**Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

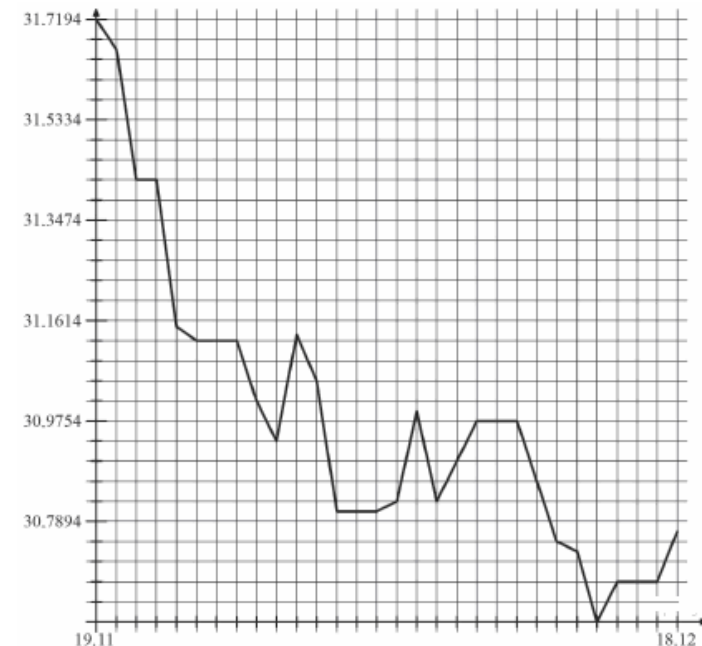
**Желаем успеха!**

**Часть 1**

**1.** Первый марафонец пробежал дистанцию 42км 195м с постоянной скоростью 13км/ч. Второй – первые 20км со скоростью 14км/ч, следующие 12км – 4мин 45сек на 1км и последнюю часть дистанции со скоростью 12км/ч. На сколько минут второй марафонец обогнал первого (ответ округлите с точностью до 1 мин.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На графике представлена динамика изменения курса доллара США в рублю за период с 19 ноября по 19 декабря. По горизонтальной оси отложены даты, по вертикальной — значения доллара США. Шаг по вертикальной оси равен 0,0372 руб. Определите по графику, каким был курс доллара США к рублю 21 ноября.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Найти длину окружности, описанной около треугольника, координаты вершин которого  $A\left(\frac{7}{\pi}, \frac{5}{\pi}\right); B\left(\frac{12}{\pi}, \frac{5}{\pi}\right); C\left(\frac{12}{\pi}, \frac{17}{\pi}\right)$ .

$$A\left(\frac{7}{\pi}, \frac{5}{\pi}\right); B\left(\frac{12}{\pi}, \frac{5}{\pi}\right); C\left(\frac{12}{\pi}, \frac{17}{\pi}\right)$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В интернет-магазинах «А» и «В» продается корм для собак, причем вероятность купить некачественный корм в магазине «А» 0,1, а в магазине «В» - 0,25. Закуплены корма для собак, 80% в магазине «А» и 20% - в «В». Найти вероятность, что корм в произвольно взятом мешке качественный.

Ответ: \_\_\_\_\_.

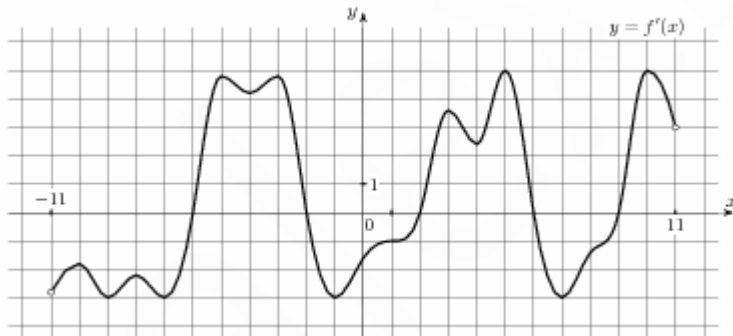
5. Решить уравнение  $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(\frac{1}{5-2x}\right) = 2^{\log_2 5} - 3$

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. В равнобедренном треугольнике ABC (AB=BC) ML – средняя линия, параллельная AC. В четырехугольник AMLC можно вписать окружность. Найти косинус угла ABC. (В ответе указать  $18 \cdot \cos \angle ABC$ )

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале (-11;11). Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке [-10;10].



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Боковые ребра SA и SC правильной четырехугольной пирамиды SABCD взаимно перпендикулярны.  $SA = 3\sqrt{2}$ . Найти объем пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Вычислить  $\operatorname{tg}(\alpha + 2\beta)$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7}$ ,  $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ;  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ;  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 6 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением  $R = 5 \cdot 10^5$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0$ . После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha \cdot R \cdot C \cdot \log_2 \frac{U_0}{U}$ , где  $\alpha = 0,7$  - постоянная. Определите напряжение  $U_0$  в кВ, если за 21 с. напряжение на конденсаторе упало до  $\frac{1}{128}$  кВ.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Одна акция компании «А», три акции компании «В» и пять акций компании «С» вместе стоят 100 тысяч рублей. Две акции компании «А», четыре акции компании «В» и три акции компании «С» вместе стоят 150 тыс. руб. Какова общая стоимость (в тыс.руб) семи акций компании «А», семнадцати акций компании «В» и двадцати одной акции компании «С»?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найти наименьшее значение функции  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 6\operatorname{tg} x + 5$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13. а)** Решите уравнение: 
$$\frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x - 2 \sin 3x}{\sqrt{\sin 2x}} = 0$$

б) Найдите все решения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

**14.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  – середины ребер основания, а  $P$ ,  $Q$  и  $R$  делят боковые ребра  $SA$ ,  $SB$  и  $SC$  в отношении  $1:2$ , считая от вершины.

а) Доказать, что точки  $M$ ,  $N$ ,  $K$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  – лежат на одной сфере.

б) При каких углах наклона бокового ребра к основанию центр сферы лежит вне пирамиды  $SABC$ .

**15.** Решить неравенство:

$$\left(\sqrt{\frac{25}{4}\pi^2 - x^2} + 3\right) \left(\frac{3}{2(\sin x + 4)} - \frac{3}{2(\sin x - 2)} - 1\right) \leq 0$$

**16.** Первая окружность вписана в треугольник  $ABC$  и касается  $BC$  в точке  $M$ . Вторая окружность касается  $BC$  в точке  $N$  и продолжений сторон  $AC$  и  $AB$ .

а) Докажите, что длина  $MN$  равна модулю разности длин  $AB$  и  $AC$ .

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что радиусы окружностей относятся как  $1:3$ ,  $BC=12$ ,  $MN=4$ .

**17.** Гражданин положил в каждый из двух банков по 5 млн.руб. В первом банке в конце года начисляется одно и то же количество процентов на сумму, лежащую в банке в начале года. Во втором банке принцип начисления процентов следующий: в первый год процентная ставка на 3 меньше, чем в первом банке, а затем она каждый год увеличивается на 2%. В итоге, к концу четвертого года на счету у гражданина в первом банке было на 5617руб.55коп. больше, чем во втором. Найти процентную ставку в первом банке.

**18.** При каких значениях параметра  $a$  область значений функции

$$y = ax^2 + (2 - 3a)x + \frac{9}{4}a$$

содержит отрезок  $[1; 4]$  ?

**19.** Назовем квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  с натуральными коэффициентами  $a$ ,  $b$  и  $c$  «простым», если  $a$ ,  $b$  и  $c$  не имеют кроме 1, других общих делителей.

а) Найти все значения  $b$ , для которых «простое» уравнение  $5x^2 + bx + 3 = 0$  имеет хотя бы одно целое решение,

б) Докажите, что «простое» уравнение  $3x^2 + bx + c = 0$  не имеет целых решений, если  $b$  кратно 3,

в) Докажите, что если  $b \geq 4$  и не кратно 3, найдется такое « $c$ », что простое уравнение  $3x^2 + bx + c = 0$  имеет целое решение.