Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 171

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Когда в Москве 15 часов, в Петропавловске Камчатском – уже полночь. Самолет вылетел из Москвы 18 ноября в 6 часов утра и приземлился в Петропавловске Камчатском 19 ноября, когда там было 5 часов утра. Сколько часов длился перелет из Москвы в Петропавловск Камчатский?

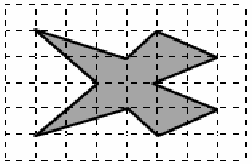
Ответ: ________________________.

2. На рисунке приведена итоговая таблица отборочного этапа чемпионата мира по футболу в одной из европейских групп. (Каждая сборная играла с каждой два матча: один на своем поле, один в гостях). Сколько матчей в этой группе закончилось победой одной из команд?

	Игры	*Выигрыши*	*Ничьи*	*Поражения*	*Мячи*	*Очки*
1. Бельгия	10	7	2	1	22-6	23
2. Чехия	10	7	2	1	18-6	23
3. Сербия	10	6	2	2	20-9	20
4. Греция	10	3	3	4	10-12	12
5. Казахстан	10	1	2	7	6-22	5
6. Андорра	10	0	1	9	3-24	1

Ответ: ________________________.

3. Найдите площадь закрашенной фигуры в квадратных сантиметрах, если размер клетки 1 см x 1 см.



Ответ: ________________________.

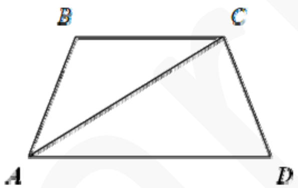
4. Монету бросают трижды. Какова вероятность, что в результате хотя бы один раз выпадет «Орел»?

Ответ: ________________________.

5. Найдите корень уравнения $\log_x 4x = 3$. Если корней несколько, то в ответе укажите значение их произведения.

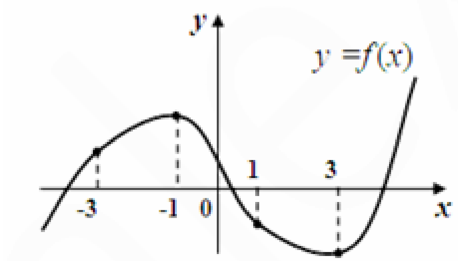
Ответ: ________________________.

6. Равнобокая трапеция *ABCD* разбивается диагональю *AC* на два равнобедренных треугольника. Определите, чему равен больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.



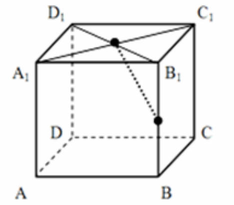
Ответ: ________________________.

7. На графике функции $y = f(x)$ отмечены четыре точки с абсциссами -3, -1, 1, 3. По данному графику определите, в какой из этих точек значение производной $f'(x)$ будет наибольшим. (В ответе укажите абсциссу этой точки).



Ответ: ________________________.

8. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно $2\sqrt{3}$. Найдите расстояние от середины ребра BB_1 до точки пересечения диагоналей верхнего основания.



Ответ: ________________________.

Часть 2

9. Известно, что $2\sin^2 x - 1 = -0{,}7$. Найдите значение выражения $\sin^4 x - \cos^4 x$.

Ответ: ________________________.

10. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения *P* нагретого тела (в ваттах), прямо пропорциональна площади его поверхности *S* и четвёртой степени температуры T: $P=\sigma ST^4$, где $\sigma = 5{,}7\cdot10^{-4}$ – постоянная, площадь *S* измеряется в квадратных метрах, а температура – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S=0{,}25\cdot10^{18}$ м^2, а излучаемая ею мощность равна $22{,}8\cdot10^{26}$. Определите температуру этой звезды. Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ: ________________________.

11. Катер проходит против течения реки до пункта назначения 120 км и после непродолжительной стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость катера в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 20 минут, а в пункт отправления катер возвращается через 17 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ________________________.

12. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 2\sqrt{2x-1} + x\sqrt{x-4}$ на отрезке [5; 13].

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. Дано уравнение $\left(25^{\sin x}\right)^{\cos 2x} = 5^{\sin(\pi - x)}$.
А) Решите уравнение.
Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right]$.

14. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ на ребре CC_1 отмечена точка M так, что $CM:C_1M=1:3$. Плоскость AEM пересекает ребро BB_1 в точке K.
А) Докажите, что $BK:B_1K=1:5$.
Б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью AEM, если $AB=3$, $CC_1=8$.

15. Решите неравенство $\dfrac{9}{3+\log_3 x \cdot \log_3 \dfrac{9}{x}} \le \log_3^2 x - \log_3 \dfrac{x^2}{27}$.

16. На диагонали АС параллелограмма $ABCD$ отмечены точки E и P, причем $AE:EP:PC=1:2:1$. Прямые DE и DP пересекают стороны AB и BC в точках K и M соответственно.
А) Докажите, что $KM \parallel AC$.
Б) Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если известно, что площадь пятиугольника $BKEPM$ равна 30.

17. 1 марта 2016 года Валерий положил в банк 100 тыс. руб. под 10% годовых сроком на 4 года. Через два года он планирует снять со своего счета ***п*** тыс. руб. (***п*** – целое число) с таким расчётом, чтобы к 1 марта 2020 года у него на счету оказалось не менее 130 тыс. руб. Какую наибольшую сумму ***п*** может снять со своего счёта Валерий 1 марта 2018 года?

18. Найдите все a, при каждом из которых уравнение

$$4\sin^2 x - 4a\sin x + a^3 - a^2 = 0$$

имеет ровно один корень на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

19. А) Может ли разность квадратов двух натуральных чисел равняться кубу натурального числа?
Б) Может ли разность кубов двух натуральных чисел равняться квадрату натурального числа?
В) Найдите все простые числа, каждое из которых равно разности кубов двух простых чисел.