

Пробная работа в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

апрель 2017 года

Вариант 1

(профильный уровень)

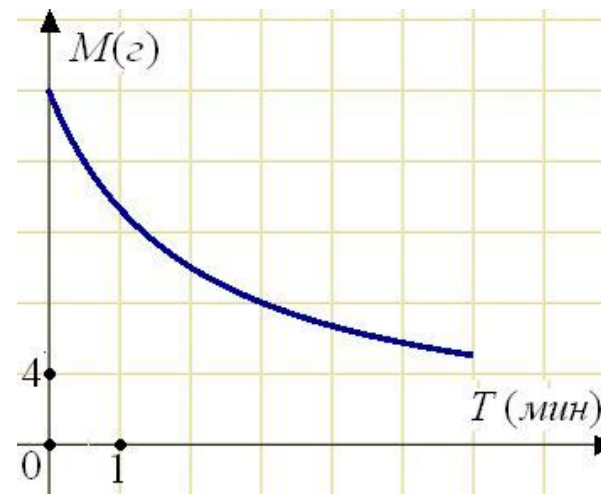
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1-12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1. Выпускники 11 "А" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 15 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 35 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

Ответ: _____

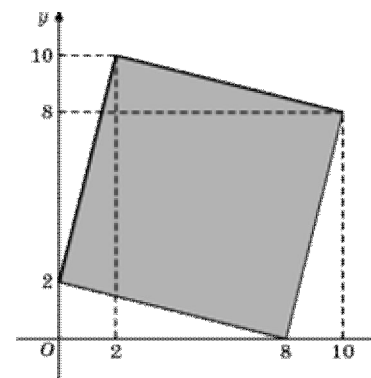
2. В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое еще не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат – масса оставшегося реагента, который еще не вступил в реакцию (в граммах).



Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за три минуты?

Ответ: _____

3. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты (8;0), (10;8), (2;10), (0;2).



Ответ: _____

4. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Ответ: _____

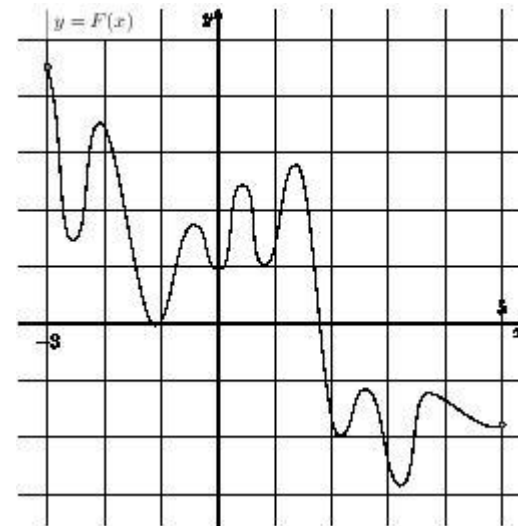
5. Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2$.

Ответ: _____

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 25$, $BH = 20$. Найдите $\cos A$.

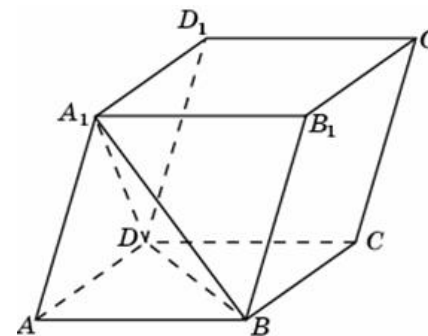
Ответ: _____

7. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-2; 4]$.



Ответ: _____

8. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 9. Найдите объем треугольной пирамиды $ABDA_1$.



Ответ: _____

Часть 2.

9. Найдите значение выражения $\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4$ при $x = 3$.

Ответ: _____

10. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c – скорость звука (в м/с). Человек, стоящий

на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____

11. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

Ответ: _____

12. Найдите точку минимума функции $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3$.

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{2 \log_2^2(\sin x) - 3 \log_2(\sin x) - 2}{\log_4(-\cos x)} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Плоскость α проходит через прямую BA_1 параллельно прямой CB_1 .

а) Докажите, что плоскость α делит диагональ AC_1 параллелепипеда в отношении 2 : 1, считая от вершины C_1 .

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью α , если он прямой, его основание $ABCD$ – ромб с диагоналями $AC = 24$ и $BD = 10$, а боковое ребро параллелепипеда равно 5.

15. Решите неравенство $\sqrt{2x^2 - 11x + 15} \cdot \log_3 |x - 2| \leq 0$.

16. В треугольнике ABC высота BD равна 5, медиана CE равна $6\frac{1}{2}$. Пусть K – точка пересечения BD и CE . Расстояние от точки K до стороны AC равно 1.

а) Докажите, что $CD : AD = 1 : 3$.

б) Найдите площадь треугольника BKC .

17. Завод планирует продавать 1600 изделий в месяц по цене 2200 рублей за одно изделие. Если уменьшать цену на 100 рублей,

то можно продавать на 100 изделий больше в месяц. По какой цене завод должен продавать изделия, чтобы получить максимальный доход?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $4 \log_{0,5}(\cos x) + a^2 - 5a + 6 = a \log_2(\cos x)$ имеет хотя бы один корень.

19. На доске выписаны натуральные числа $1, 2, 3, \dots, 2016$. Разрешается стереть любые два числа и вместо них выписать их среднее арифметическое. После 2015 таких операций на доске будет только одно число. Может ли оно равняться:

- а) 2?
- б) 2015?
- в) 1000?

Пробная работа в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

апрель 2017 года

Вариант 2

(профильный уровень)

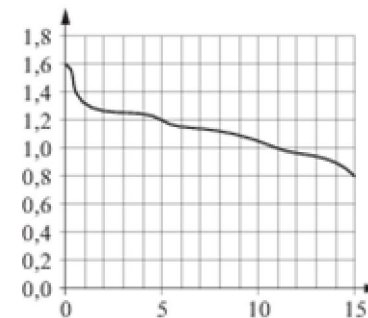
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1-12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1. Выпускники 11 "В" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 5 роз каждому учителю и из 9 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 17 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 30 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

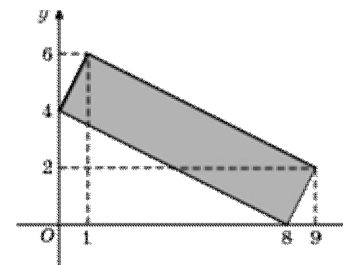
Ответ: _____

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение за 11 часов работы фонарика.



Ответ: _____

3. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(8;0)$, $(9;2)$, $(1;6)$, $(0;4)$.



Ответ: _____

4. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 65 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 13 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: _____

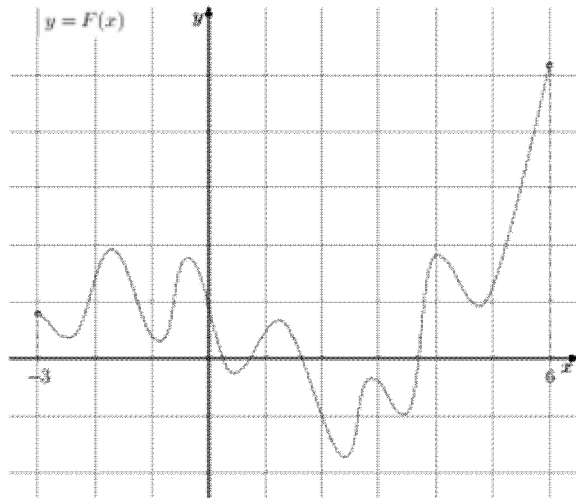
5. Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{4}}(9 - 5x) = -3$.

Ответ: _____

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $BC = 20$, $BH = 16$. Найдите $\sin A$.

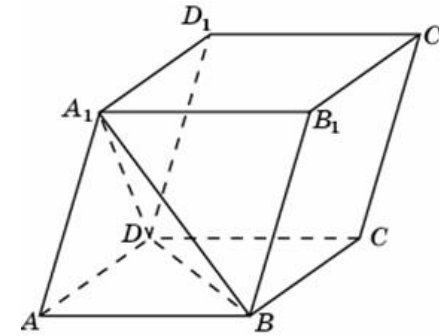
Ответ: _____

7. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ – одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 6)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-2; 5]$.



Ответ: _____

8. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 21. Найдите объем треугольной пирамиды $ABDA_1$.



Ответ: _____

Часть 2.

9. Найдите значение выражения $(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6)$ при $b = 2$.

Ответ: _____

10. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 154$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} \text{ (Гц)}, \text{ где } c \text{ – скорость звука (в м/с)}. \text{ Человек, стоящий}$$

на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 6 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью

приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 320$ м/с. Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____

11. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 9 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 5 дней выполняет такую же часть работы, какую второй — за 3 дня?

Ответ: _____

12. Найдите точку минимума функции
 $y = 0,5x^2 - 16x + 63 \ln x - 2$.

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $9^x + 3^{4-2x} = 30$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\log_5 11; \log_5 12]$.

14. Дана треугольная пирамида $SABC$ с основанием ABC ; O — точка пересечения медиан треугольника ABC . Точка M делит отрезок SO так, что $SM : MO = 1 : 2$.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через прямую AB и точку M , делит боковое ребро SC в отношении $1 : 6$, считая от вершины S .

б) Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды, если пирамида правильная, а её высота составляет $\frac{12}{13}$ от высоты SH боковой грани SAB .

15. Решите неравенство

$$\sqrt{\log_9(3x^2 - 4x + 2)} + 1 > \log_3(3x^2 - 4x + 2).$$

16. В треугольнике ABC величина угла A вдвое больше величины угла B .

а) Докажите подобие треугольников ADC и ABC , где AD — биссектриса угла A треугольника ABC .

б) Найдите AB , если длины сторон, противолежащих углам A и B , равны соответственно 12 и 8.

17. Заёмщик получил 500 тыс. рублей в кредит на следующих условиях: вернуть через год 300 тыс. рублей и ещё через год — 360 тыс. рублей. Какова процентная ставка предусмотрена этим кредитным договором?

18. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2|x| + 3|y| = 6, \\ x^2 + (y - a)^2 = 9 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. На доске выписаны натуральные числа $1, 2, 3, \dots, 2017$. Разрешается стереть любые два числа и вместо них выписать их среднее арифметическое. После 2016 таких операций на доске будет только одно число. Может ли оно равняться:

а) 2?

б) 2016?

в) 1500?