

Пробная работа в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

апрель 2016 года

Вариант 1

(профильный уровень)

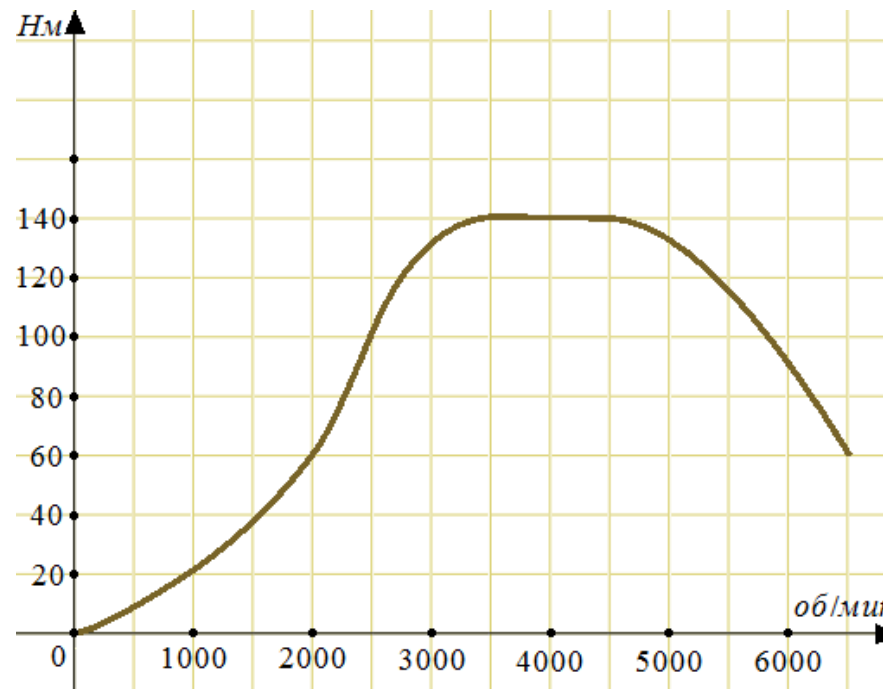
Часть 1

Ответом к каждому из заданий является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3300 рублей. До установки счётчиков за воду платили 800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

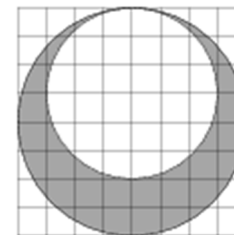
Ответ: _____

2. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат – крутящий момент в Н·м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н·м. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



Ответ: _____

3. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 9. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ: _____

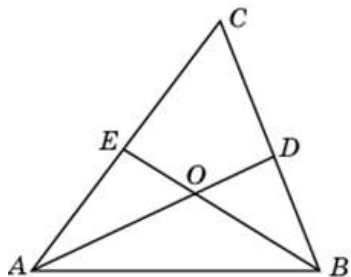
4. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Ответ: _____

5. Решите уравнение $\sqrt{6+5x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

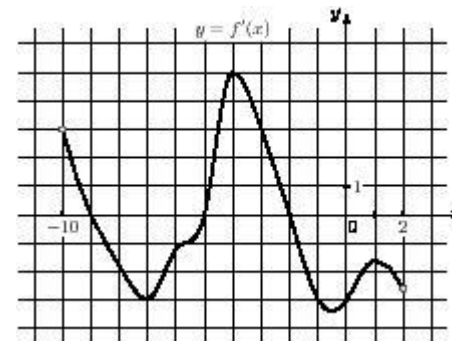
Ответ: _____

6. В треугольнике ABC угол C равен 58° , AD и BE — биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



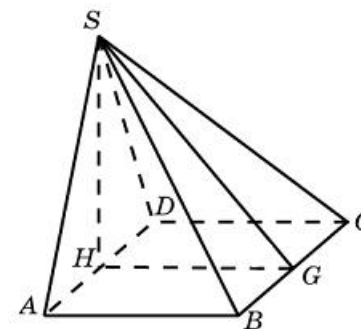
Ответ: _____

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 11$ или совпадает с ней.



Ответ: _____

8. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.



Ответ: _____

Часть 2.

9. Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}$.

Ответ: _____

10. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

Ответ: _____

11. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

Ответ: _____

12. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2.$$

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{\cos 2\pi x}{1 + \operatorname{tg} \pi x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\frac{2}{3}; 0,4\right]$.

14. Дана правильная треугольная пирамида $SABC$.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку M ребра SA перпендикулярно высоте CN основания пирамиды.

б) Найдите площадь этого сечения, если каждое ребро данной пирамиды равно 12 и $AM : MS = 1 : 3$.

15. Решите неравенство $1 + \log_2(9x^2 + 5) \leq \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}$.

16. Из середины D гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC проведен луч, перпендикулярный к гипотенузе и пересекающий катет BC . На нём отложен отрезок DE , длина которого равна половине длины отрезка AB . Длина отрезка CE совпадает с длиной катета AC .

а) Докажите, что $\angle ADC = 45^\circ$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $CE = 1$.

17. Фермер для кормления животных использует два вида корма. В дневном рационе животного должно содержаться 12 единиц питательного вещества А и не менее 24 единиц питательного вещества В. Какое количество корма надо расходовать ежедневно на

одно животное, чтобы затраты были минимальными? Используйте данные таблицы.

Питательное вещество	Количество питательных веществ в 1 кг корма	
	Вид I	Вид II
А	4	2
В	4	8
Цена 1 кг корма (ден. ед.)	0,4	0,6

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 - |y| = x^2 - |x|, \\ y = a(x-1) - 1 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

19. Назовем натуральное число «замечательным», если оно самое маленькое среди натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр.

а) Чему равна сумма цифр две тысячи пятнадцатого замечательного числа?

б) Сколько существует двузначных замечательных чисел?

в) Какой порядковый номер замечательного числа 5999?

г) Чему равна сумма всех четырехзначных замечательных чисел?

Пробная работа в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

апрель 2016 года

Вариант 2

(профильный уровень)

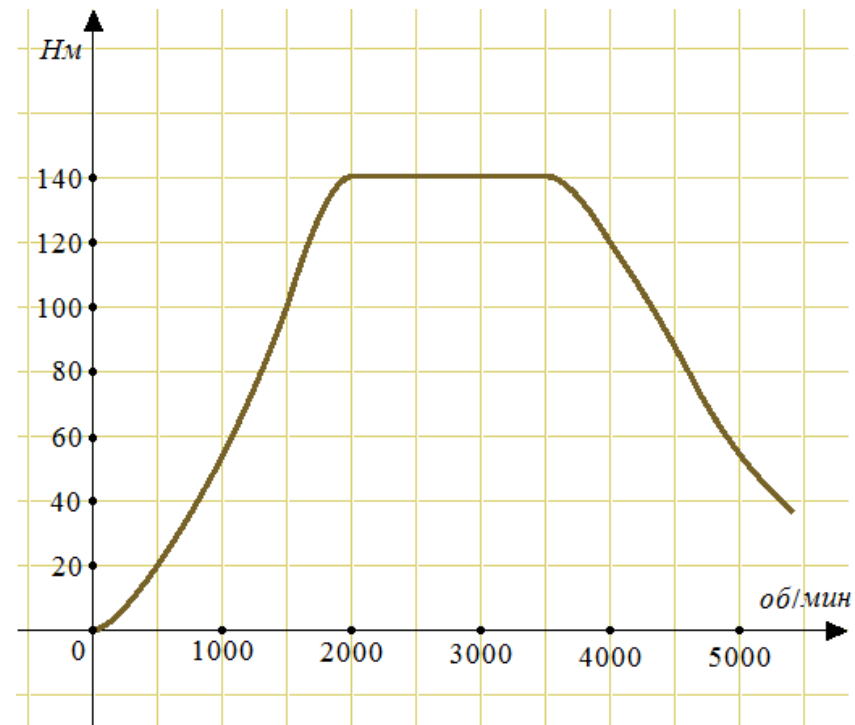
Часть 1

Ответом к каждому из заданий является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3000 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1100 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 700 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

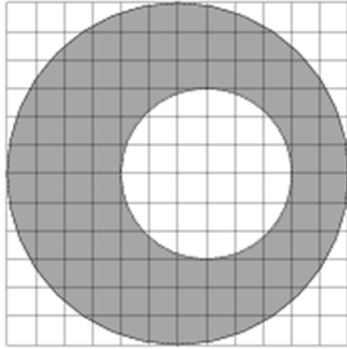
Ответ: _____

2. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат – крутящий момент в Н·м. Какое наименьшее число оборотов в минуту должен поддерживать водитель, чтобы крутящий момент был не меньше 100 Н·м?



Ответ: _____

3. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 1. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ: _____

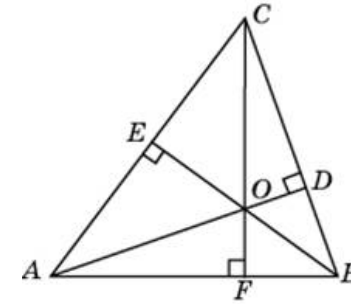
4. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 8 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 5 очков, в случае ничьей — 3 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

Ответ: _____

5. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72 - 17x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

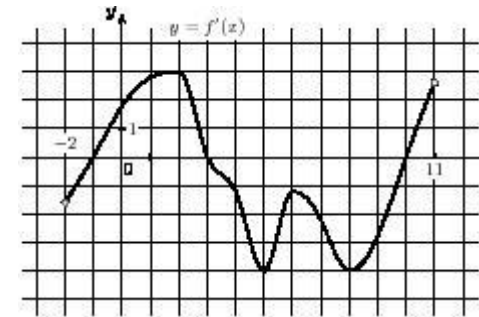
Ответ: _____

6. В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 82° . AD , BE и CF — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOF . Ответ дайте в градусах.



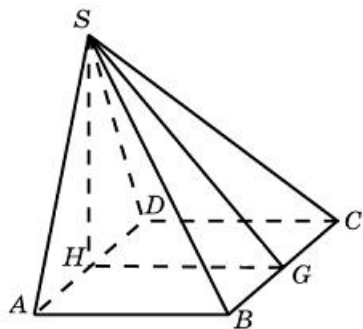
Ответ: _____

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 11)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x - 20$ или совпадает с ней.



Ответ: _____

8. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 9. Найдите объем пирамиды.



Ответ: _____

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$.

Ответ: _____

10. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1 + 12t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров?

Ответ: _____

11. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20900 рублей, через два года был продан за 16929 рублей.

Ответ: _____

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{-7-6x-x^2}$.

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{\sin 3\pi x}{\sqrt{3} + \operatorname{tg} \pi x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{6}{7}; 2,3\right]$.

14. Дана правильная четырехугольная пирамида $SABCD$, все ребра которой равны.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через диагональ BD основания перпендикулярно грани SCD .

б) Найдите площадь этого сечения, если каждое ребро данной пирамиды равно 10.

15. Решите неравенство $\frac{(|2x+1| - x - 2) \left(\log_{\frac{1}{3}}(x+4) + 1 \right)}{2^{x^2+1} - 2^x} \geq 0$.

16. Из середины D гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC проведен луч, перпендикулярный к гипотенузе и пересекающий катет BC . На нём отложен отрезок DE , длина которого

равна половине длины отрезка AB . Длина отрезка CE совпадает с длиной катета AC .

- а) Докажите, что $\angle ADC = 45^\circ$.
- б) Найдите площадь треугольника ABC , если $CE = 2$.

17. Финансовый консультант даёт рекомендации клиенту по оптимальному инвестиционному портфолио. Клиент хочет вложить средства (не более 50000 долларов) в два наименования акций крупных предприятий А и В. Цены на акции предприятия А составляют 10 долларов за акцию, предприятия В – 6 доллара за акцию. Клиент уточнил, что он хочет приобрести 8000 акций обоих наименований. По оценке консультанта прибыль от инвестиций в эти акции в следующем году составит: предприятие А – 1,2 доллара, предприятие В – 0,8 доллара. Какие рекомендации должен выдать консультант клиенту, чтобы прибыль от инвестиций была максимальной?

18. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} axy + x - y + 1,5 = 0, \\ x + 2y + xy + 1 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

19. Назовем натуральное число «замечательным», если оно самое маленькое среди натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр.

- а) Чему равна сумма цифр две тысячи шестнадцатого замечательного числа?
- б) Сколько существует трехзначных замечательных чисел?
- в) Какой порядковый номер замечательного числа 39999?
- г) Чему равна сумма всех трехзначных замечательных чисел?