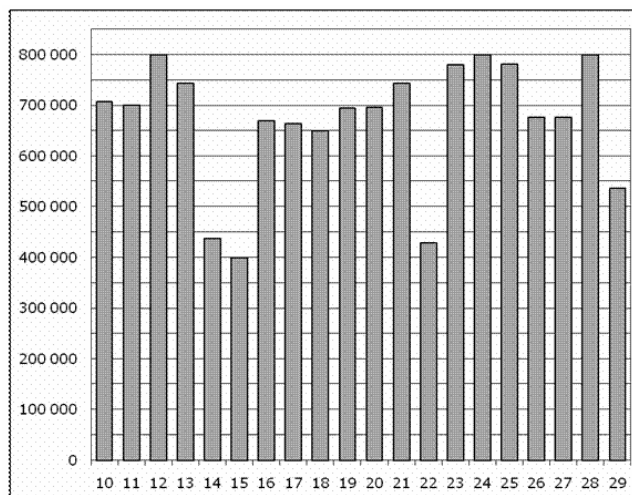


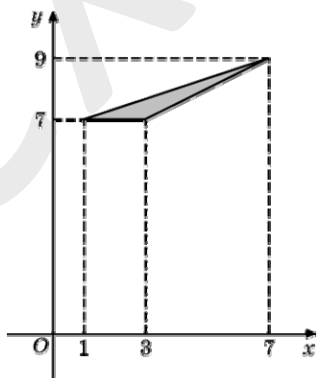
Часть 1

1. В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 сентября составляли 103 куб. м воды, а 1 октября — 114 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за сентябрь, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 19 руб. 20 коп.? Ответ дайте в рублях.

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.



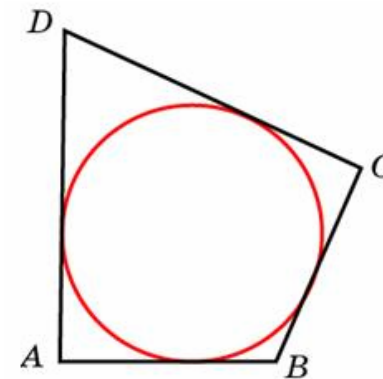
3. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



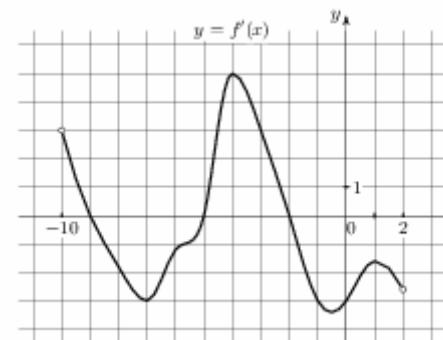
4. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 8 спортсменов из Великобритании, 6 спортсменов из Франции, 5 спортсменов из Германии и 5 — из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Франции.

5. Найдите корень уравнения: $2^{4x-14} = \frac{1}{64}$

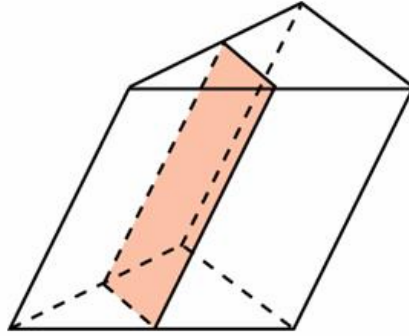
6. В четырехугольник ABCD, периметр которого равен 48 вписана окружность, AB=15. Найдите CD.



7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 11$ или совпадает с ней.



8. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\log_8 20}{\log_8 5} + \log_5 0,05$

10. Груз массой 0,8 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t - время с момента начала колебаний, $T = 16$ с - период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m - масса груза в килограммах, v - скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 10 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях

11. Шесть одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов девять таких же рубашек дороже куртки?

12. Найдите точку минимума функции $y = 2x - \ln(x + 8)^2$

13. а) Решите уравнение $2 \log_2^2(2 \sin x) - 7 \log_2(2 \sin x) + 3 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно 3. На ребре B_1C_1 отмечена точка L так, что $B_1L=1$. Точки K и M - середины ребер AB и A_1C_1 соответственно. Плоскость γ параллельна прямой AC и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ

б) Найдите объем пирамиды, вершина которой - точка M , а основание - сечение данной призмы плоскостью γ .

15. Решите неравенство:

$$\frac{49^x - 6 \cdot 7^x + 3}{7^x - 5} + \frac{6 \cdot 7^x - 39}{7^x - 7} \leq 7^x + 5$$

16. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AN . На стороне AB отмечена точка E так, что прямые CD и CE перпендикулярны.

а) Докажите, что прямые BH и ED параллельны.

б) Найдите отношение $BH:ED$, если угол $B_1CD=135^\circ$

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет составлять более 1,25 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{15x^2 + 6ax + 9} = x^2 + ax + 3$$

имеет ровно три различных решения

19. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 30$. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек числа, стёртых на предыдущих ходах.

- Приведите пример последовательности 5 ходов.
- Можно ли сделать 10 ходов?
- Какое наибольшее число ходов можно сделать?

Тип 2.

13. а) Решите уравнение $2 \cos^2 x + 1 = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 7\pi\right]$

14. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 16, а высота равна 4. На ребрах AB , CD и AS отмечены точки M , N и K соответственно, причем $AM=DN=4$ и $AK=3$.

- Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны
- Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC .

15. Решите неравенство $\frac{4^x - 2^{x+3} + 7}{4^x - 5 \cdot 2^x + 4} \leq \frac{2^x - 9}{2^x - 4} + \frac{1}{2^x - 6}$

16. В трапеции $ABCD$ точка E – середина основания AD , точка M – середина боковой стороны AB . Отрезки CE и DM пересекаются в точке O .

- Докажите, что площади четырехугольника $AMOE$ и треугольника COD равны
- Найдите, какую часть от площади трапеции составляет площадь четырехугольника $AMOE$, если $BC=3$, $AD=4$.

17. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на S млн рублей, где S – целое число, на 4 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Год	2016	2017	2018	2019	2020
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	$0,1S$	0

Найдите наибольшее значение S , чтобы общая сумма выплат была меньше 50 млн рублей?

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x - 2a}{x + 2} + \frac{x - 1}{x - a} = 1$$

имеет единственный корень

19. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход разрешено заменить написанные на доске числа a и b числами $2a - 1$ и $a + b$ (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).

- Может ли после нескольких ходов на доска появиться число 19?
- может ли через 100 ходов на доске быть написано число 200?
- укажите наименьшую разность чисел через 1007 ходов.

Тип 3.

13. а) Решите уравнение $2 \log_3^2(2 \cos x) - 5 \log_3(2 \cos x) + 2 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно 3. На ребре AB отмечена точка K так, что $AK=1$. Точки M и L – середины ребер A_1C_1 и B_1C_1 соответственно. Плоскость γ параллельна прямой AC и содержит точки K и L .

- Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ
- Найдите расстояние от точки C до плоскости γ .

15. Решите неравенство $\frac{25^x - 5^{x+2} + 26}{5^x - 1} + \frac{25^x + 7 \cdot 5^x + 1}{5^x - 7} \leq 2 \cdot 5^x - 24$

16. В треугольнике ABC проведены высоты АК и СМ. На них из точек М и К опущены перпендикуляры МЕ и КН соответственно

а) Докажите, что прямые ЕН и АС параллельны

б) Найдите отношение ЕН:АС, если угол АВС равен 30°

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн рублей на 6 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей

Год	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн. рублей.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - x^2 + a^2} = x^2 + x - a$$

имеет ровно три различных решения.

Тип 4.

13. а) Решите уравнение $2 \cos 2x = 4 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

14. В правильной треугольной пирамиде SABC сторона основания АВ равна 12, а высота равна 1. На ребрах АВ, АС и AS отмечены точки М, N и К соответственно, причем $AM=AN=3$ и $AK = \frac{7}{4}$

а) Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны

б) Найдите расстояние от точки К до плоскости SBC

15. Решите неравенство $\frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 4 \cdot 3^x + 5}{9^{x+\frac{1}{2}} - 4 \cdot 3^x + 1} + \frac{5 \cdot 3^x - 19}{3^x - 4} \leq \frac{2 \cdot 3^{x+2} - 12}{3^{x+1} - 1}$

16. Один из двух отрезков, соединяющих середины противоположных сторон четырехугольника, делит его площадь пополам, а другой в отношении 11:17

а) Докажите, что данный четырехугольник - трапеция

б) Найдите отношение оснований этой трапеции

17. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на S млн рублей, где S – целое число, на 4 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Год	2016	2017	2018	2019	2020
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0

Найдите наименьшее значение S , чтобы общая сумма выплат была больше 10 млн рублей?

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^3 + x^2 - 9a^2x - 2x + a}{x^3 - 9a^2x} = 1$$

имеет единственный корень.