

Наибольшее значение параметра a , при котором система уравнений имеет единственное решение, получим при указанном положении окружности.

Т.е. уравнение $(x + a\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3}x + 9)^2 = 1$ должно иметь 1 решение $x < 0$

Прямая $y = \sqrt{3}x + 6$ касается окружности.

$$\text{Имеем } 4x^2 + 2\sqrt{3}(a + 9)x + 3a^2 + 80 = 0$$

Если уравнение имеет корни, то они одного знака, т.к. $3a^2 + 80 > 0$ при любом a .

Следовательно для существования только 1 корня должно $D_1 = 0$

$$D_1 = -9a^2 + 54a - 77$$

$$9a^2 - 54a + 77 = 0, \text{ откуда } a_1 = 11/3; a_2 = 7/3$$

$a = 11/3$ — наибольшее значение.

Ответ : $11/3$

