

19 ТР № 101. Из пункта A в пункт B вышел пешеход. Вслед за ним через 2 часа из пункта A выехал велосипедист, а еще через 30 минут – мотоциклист. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались равномерно и без остановок. Через некоторое время после выезда мотоциклиста оказалось, что к этому моменту все трое находятся на одном расстоянии от пункта B . На сколько минут раньше пешехода в пункт B прибыл велосипедист, если пешеход прибыл в пункт B на 1 час позже мотоциклиста?

Ответ: на 48 минут.

Решение:

Предположим, что пешеход, велосипедист и мотоциклист оказались на одном и том же расстоянии от пункта B - в пункте C . И это произошло через t мин после выезда мотоциклиста из пункта A в направлении к пункту B .

На тот момент пешеход, велосипедист и мотоциклист были в пути $150 + t$, $30 + t$, t мин соответственно. Члены этой последовательности находятся в пропорциональной зависимости, говоря по-другому, – составляют убывающую геометрическую прогрессию.

Пусть k – коэффициент пропорциональности (знаменатель геометрической прогрессии). Тогда

$$\frac{150 + t}{30 + t} = \frac{30 + t}{t} = k.$$

Из пункта C , откуда одновременно отправились все трое путешественника в пункт B , пешеход прибыл на 60 минут позже, чем мотоциклист. А это значит, что

$$(150 + t)k - tk = 60 \Leftrightarrow 150k + tk - tk = 60 \Leftrightarrow 150k = 60 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5}.$$

Пешеход прибыл в пункт B на $(150 + t)k - (30 + t)k$ мин позже, чем велосипедист.

$$150k + tk - 30k - tk = 120k = 120 \cdot \frac{2}{5} = 48.$$

Замечания:

1. То, что величины $150 + t$, $30 + t$, t находятся в пропорциональной зависимости можно получить так: пусть три тела, двигаясь прямолинейно и равномерно в одном и том же направлении, прошли одинаковый путь S . Первое тело со скоростью v_1 за время t_1 , второе тело - со скоростью v_2 за время t_2 , третье - со скоростью v_3 и за время t_3 .

$$\text{Тогда: } t_1 : t_2 : t_3 = \frac{S}{v_1} : \frac{S}{v_2} : \frac{S}{v_3} = \frac{1}{v_1} : \frac{1}{v_2} : \frac{1}{v_3}.$$

$$\text{Скорости тел неизменны, следовательно, } \frac{1}{v_1} : \frac{1}{v_2} : \frac{1}{v_3} = \frac{v_2 \cdot v_3}{v_1} = k; \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{t_2}{t_3} = k.$$

2. Конечно, мы могли бы вычислить для последовательности $150 + t$, $30 + t$, t конкретное значение t , используя свойство средней пропорциональной величины (характеристического свойства геометрической прогрессии), но такой надобности здесь, как было показано выше, нет.

Если уж действительно вычислим, то значение t окажется равным 10.

$$(30 + t)^2 = (150 + t) \cdot t \Leftrightarrow 900 + 60t + t^2 = 150t + t^2 \Leftrightarrow 90t = 900 \Leftrightarrow t = 10.$$