

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Пробный вариант**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 8 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 4 задания высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ    Ответ: -0,8    10 - 0,8    Бланк

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

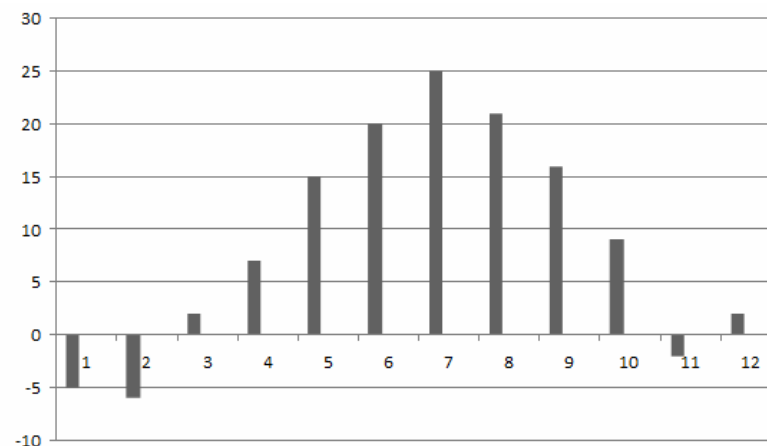
**Ответом к заданиям 1-14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.**

## Часть 1

- 1.** Частник продал картофель трем покупателям: первому –  $\frac{7}{34}$  часть его и еще 10 кг, второму –  $\frac{18}{25}$  остатка и еще 9 кг, а третьему – последние 26 кг. Сколько килограмм картофеля продал частник?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в городе  $N$  за каждый месяц 2011 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда не ниже  $-5$  °С, но ниже  $15$  °С.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Цены на некоторые товары в магазине «Март» представлены в таблице.

Наименование товара	Цена (в рублях)
Джинсы мужские	1780
Рубашка мужская	640
Пиджак мужской	1060
Куртка мужская	6160

Николаю надо купить рубашку и пиджак. Предварительно он может купить одну из карточек «Любимого покупателя», которые дают ему право воспользоваться в этот день скидкой: карточка для скидки на 5% – 80 рублей, для скидки на 3% – 50 рублей. Какую сумму в рублях заплатит Николай (при необходимости с учетом цены карточки), если выберет самый дешевый вариант?

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Пусть  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{CD}$ . Найдите угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $A(\sqrt{3}; 9)$ ,  $B(2; 10)$ ,  $C(2\sqrt{3}; 2)$ ,  $D(4\sqrt{3}; 8)$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист попадет более одного раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите корень уравнения

$$\cos\left(\frac{\pi(x-422)}{5}\right) = -\frac{\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt{\sqrt{5}-1}}{2\sqrt{2}}$$

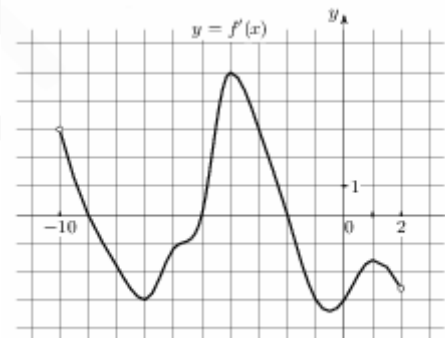
В ответе запишите наибольший отрицательный корень

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. В треугольнике  $ABC$  точка  $M$  – середина стороны  $BC$ . Известно, что  $AB = 14$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = \sqrt{255}$ . Найдите медиану  $AM$ .

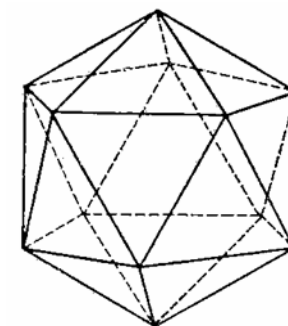
Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 2)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  перпендикулярна прямой  $y = -2x - 11$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Объем правильного икосаэдра  $\frac{144(3 + \sqrt{5})}{25}$ . Найдите длину его ребра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

10. Найдите значение выражения  $\log_{32}(\operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ - \operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ)$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** Груз массой 0,7 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону  $v(t) = 0,5 \cos(\pi t)$ , где  $t$  – время в секундах. Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  – масса груза (в кг),  $v$  – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первых 59 секунд после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее  $4,375 \cdot 10^{-2}$  Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Вершина  $A$  куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  со стороной 2,4 является центром сферы, проходящей через точку  $A_1$ . Найдите площадь  $S$  части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину  $\frac{S}{\pi}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13.** Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через 4 минуты после него со скоростью 13 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого – третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 1 час 50 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = (\sqrt{5x - 13} + 6) \cdot (3x^2 + 2x + 8)$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

Для записи решений и ответов на задания 15 - 21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

**15. а)** Решить уравнение:  $\left(\frac{1}{\cos 6x}\right)^{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)} = (\cos 6x)^{\operatorname{ctg}(\pi \sin x)}$

**б)** Найти все его корни на промежутке  $\left[-\frac{49\pi}{36}; \frac{7\pi}{9}\right]$ .

**16.** На ребрах  $AD$  и  $BD$  правильного тетраэдра  $ABCD$  взяты такие точки  $E$  и  $F$  соответственно, что  $DE : AE = DF : BF = 1 : 2$ . Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через точки  $E$  и  $F$  параллельно ребру  $CD$ , делит объем тетраэдра. В ответе вписать сумму полученных значений.

**17.** Решить неравенство  $\log_{\operatorname{tg}(x^2)}\left(\frac{15}{x} - 2x\right) \leq \log_{\operatorname{tg}(x^2)}(3x + 7)$

**18.** Дан произвольный треугольник  $ABC$ .

**а)** Докажите, что  $h_a = \frac{2p \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}$ .

( $\angle A = \alpha$ ;  $\angle B = \beta$ ;  $\angle C = \gamma$ ;  $h_a$  – высота, опущенная из вершины  $A$ ;  $p$  – полупериметр треугольника).

**б)** Пусть точка  $E$  – середина той дуги, описанной окружности треугольника, на которой лежит точка  $C$ . Точка  $C_1$  – середина стороны  $AB$ . Из точки  $E$  опущен перпендикуляр  $EF$  на прямую  $AC$ . Прямая  $C_1F$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите периметр четырёхугольника  $C_1ACB$ , если  $AB = 88$ ,  $BC = 89$ ,  $AC = 81$ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

**19.** С завода на стройку нужно перевезти 24 больших и 510 маленьких бетонных блоков. Доставка блоков осуществляется автомашинами, каждая из которых вмещает 44 маленьких блока и имеет грузоподъёмность 10 тонн. Вес маленького блока – 0,2 тонны, большой блок весит 3,6 тонны и занимает место 14 маленьких. Найти минимальное число рейсов, достаточное для перевозки всех блоков.

**20.** При каких значениях параметра  $a$  неравенство

$$\log_{ax^2+2a^2+x+1} \sqrt{16 \arcsin^{-4}(x+3a)} \geq \left| \log_{ax^2+2a^2+x+1} \sqrt{16 \arcsin^{-4}(x+3a)} \right|$$

не имеет решений на отрезке  $[-5; 6]$

**21.** Среди первых ста членов арифметической прогрессии с положительной

разностью есть числа  $\frac{13}{6}; 37,5; \frac{389}{6}$ .

а) Найдите разность этой прогрессии

б) Найдите наименьшее из возможных значений первого члена этой прогрессии