

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 67

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

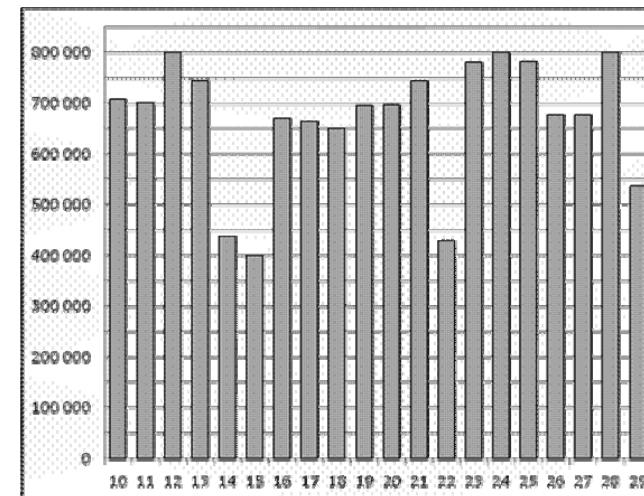
Желаем успеха!

Ответом к заданиям этой части (В1–В10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

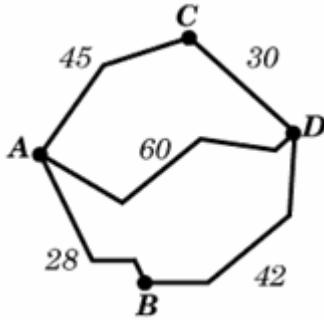
В1. В розницу один номер еженедельного журнала стоит 24 рубля, а полугодовая подписка на этот журнал стоит 460 рублей. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей можно сэкономить за полгода, если не покупать каждый номер журнала отдельно, а получать журнал по подписке?

В2. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 200 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

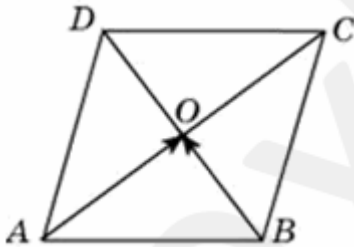
В3. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько раз количество посетителей сайта РИА Новости принимало наибольшее значение.



В4. Из пункта A в пункт D ведут три дороги. Через пункт B едет грузовик со средней скоростью 35 км/ч , через пункт C едет автобус со средней скоростью 30 км/ч . Третья дорога — без промежуточных пунктов, и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 40 км/ч . На рисунке показана схема дорог и расстояние (в км) между пунктами по дорогам. Все три автомобиля одновременно выехали из A . Какой автомобиль добрался до D позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге.



В5. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO}$.

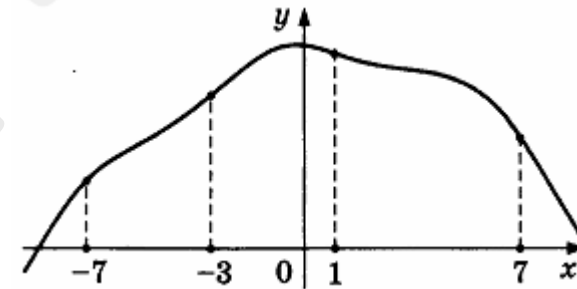


В6. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора M . окажется запланированным на последний день конференции?

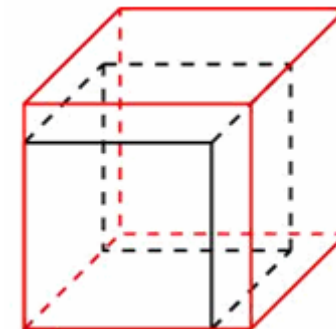
В7. Найдите корень уравнения $\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

В8. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 7$, $\text{tg} \angle BAC = \frac{4\sqrt{33}}{33}$. Найдите высоту AH .

В9. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-7, -3, 1, 7$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



В10. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.



Часть 2

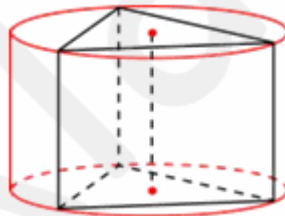
Ответом к заданиям этой части (В11–В15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В11. Найдите значение выражения $5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}$.

В12. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на

каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

В13. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $2\sqrt{3}$, а высота равна 2.



В14. Два велосипедиста одновременно отправились в 88-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

В15. Найдите наименьшее значение функции $y = 3 + \frac{5\pi}{4} - 5x - 5\sqrt{2} \cos x$ на

отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $\sqrt{2} \cos^2 x - \sqrt{3} + \sqrt{2} \sin x = 0$
б) Найдите все корни на промежутке $[0; \pi]$

С2. В прямой круговой конус вписан шар. Отношение площади полной поверхности конуса к площади поверхности шара равно 49:12. Найдите отношение удвоенного объема шара к объему конуса.

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{4^x + 5}{2^x - 11} \geq -1 \\ 6 \log_{2x} x + 2 \log_{4\sqrt{x}}(2x) \geq 1 \end{cases}$$

С4. В треугольнике ABC на сторонах AB, BC и CA отложены соответственно отрезки $AD = \frac{1}{3} AB$, $BE = \frac{1}{3} BC$, $CF = \frac{1}{3} CA$

а) Докажите, что $S_{AMC} = S_{ANB} = S_{BKC}$, где $M = AE \cap CD$, $K = CD \cap BF$, $N = AE \cap BF$

б) Найдите, какую часть от площади треугольника ABC составляет площадь треугольника MNK.

С5. При каких значениях параметра a уравнение имеет ровно три решения?

$$|x| + \left| \frac{x+1}{3x-1} \right| = a$$

С6. Круглая мишень разбита на 20 секторов, которые нумеруются по кругу в каком-либо порядке числами 1, 2, ..., 20. Если секторы занумерованы, например, в следующем порядке 1, 20, 5, 12, 9, 14, 11, 8, 16, 7, 19, 3, 17, 2, 15, 10, 6, 13, 4, 18, то наименьшая из разностей между номерами соседних (по кругу) секторов равна $12 - 9 = 3$.

а) Может ли указанная величина при нумерации в другом порядке быть больше 3?
б) Каково наибольшее возможное значение этой величины?