Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 56

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания B1–B10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания B11–B15 и C1–C6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий B1–B15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий C1–C6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

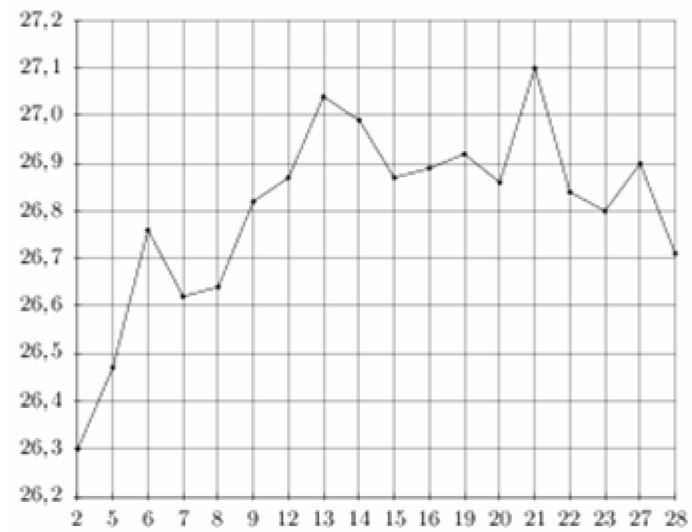
Часть 1

Ответом к заданиям этой части (B1–B10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B1 В летнем лагере на каждого участника полагается 70 г сахара в день. В лагере 172 человека. Сколько килограммовых пачек сахара понадобится на весь лагерь на 7 дней?

B2 Одного рулона обоев хватает для оклейки полосы от пола до потолка шириной 1,6 м. Сколько рулонов обоев нужно купить для оклейки прямоугольной комнаты размерами 2,3 м на 4,1 м?

B3 На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 февраля по 28 февраля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс евро был ровно 26,8 рубля.

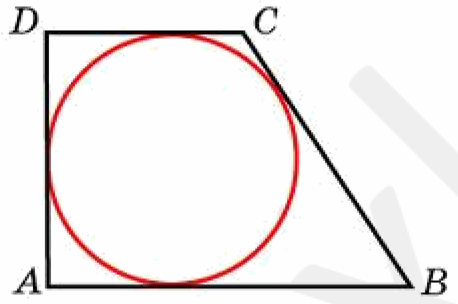


B4 В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Тверь	Липецк	Барнаул
Пшеничный хлеб (батон)	11	12	14
Молоко (1 литр)	26	23	25
Картофель (1 кг)	9	13	16
Сыр (1 кг)	240	215	260
Мясо (говядина)	260	280	300
Подсолнечное масло (1 литр)	38	44	50

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг картофеля, 1,5 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

B5 Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.

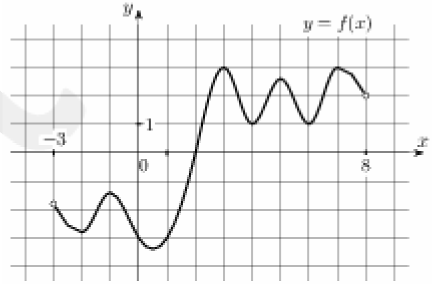


B6 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

B7 Найдите корень уравнения $\log_{81} 3^{2x+6} = 4$.

B8 Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 140^0. Найдите число вершин многоугольника.

B9 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-3;8). Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



B10 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка K — середина ребра AA_1, точка L — середина ребра A_1B_1, точка M — середина ребра A_1D_1. Найдите угол MLK. Ответ дайте в градусах.

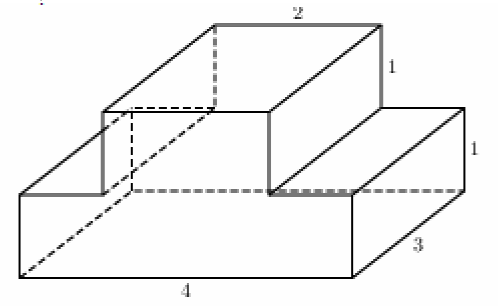
Часть 2

Ответом к заданиям этой части (B11–B15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B11 Найдите $\log_a \frac{a}{b^3}$, если $\log_a b = 5$.

B12 Катер должен пересечь реку шириной L=100 м и со скоростью течения u=0,5 м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} ctg\alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

B13 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



B14 В 2008 году в городском квартале проживало 20000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 2%, а в 2010 году — на 3% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

B15 Найдите наибольшее значение функции $y = 5\sin x - 6x + 3$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $2\cos x(1 + 2\sin x) = 3 - 4\cos^2 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{11\pi}{4}\right]$.

C2 В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит ромб $ABCD$ со стороной $\sqrt{21}$ и углом *A*, равным $60°$. На ребрах AB, B_1C_1 и *DC* взяты соответственно точки *E*, *F* и *G* так, что $AE = EB$, $B_1F = FC_1$ и $DG = 3GC$. Найдите косинус угла между плоскостями EFG и ABC, если высота призмы равна 4,5.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \lg(x+4) > -2\lg\frac{1}{2-x} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{x}-1} + \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x}} < \frac{1}{3} \end{cases}$$

C4 В окружность вписан четырехугольник *ABCD*, диагонали которого взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке *E*. Прямая, проходящая через точку *E* и перпендикулярная к *AB*, пересекает сторону *CD* в точке *M*.

а) Докажите, что *EM* – медиана треугольника *CED*.

б) Найдите *EM*, если *AD* = 8 , *AB* = 4 и угол CDB равен 60^0

C5 Найти все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\left((2x+a)\sqrt{22a-4a^2-24} - 2(x^2+x)\lg a\right)\lg\left(\frac{36a-9a^2}{35}\right) = 0$$

имеет по крайней мере два корня, один из которых неотрицателен, а другой не превосходит -1.

C6 $a_1, a_2, a_3, \ldots$ – возрастающая последовательность натуральных чисел.

Известно, что $a_{a_k} = 3k$ для любого *k*. Найти :

а) a_{100};

б) a_{1983}.