

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Тренировочный вариант № 33

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

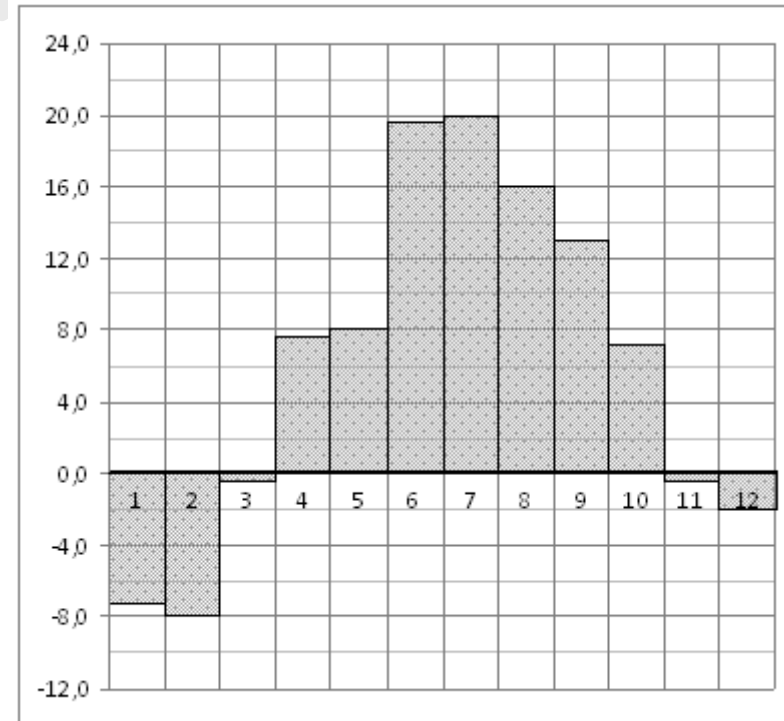
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

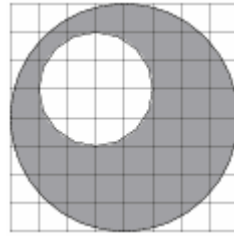
Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 Каждый день во время конференции расходуется 70 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?

В2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1999 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



B3 На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 4. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



B4 В таблице даны условия банковского вклада в трех различных банках. Предполагается, что клиент кладет на счет 20000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в рублях.

Банк	Обслуживание счета*	Процентная ставка (% годовых)**
Банк А	50 руб. в год	2,2
Банк Б	9 руб. в месяц	2,3
Банк В	Бесплатно	1,2

* В начале года или месяца со счета снимается указанная сумма в уплату за ведение счета

** В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

B5 Найдите корень уравнения $6^{3-x} = 0,6 \cdot 10^{3-x}$

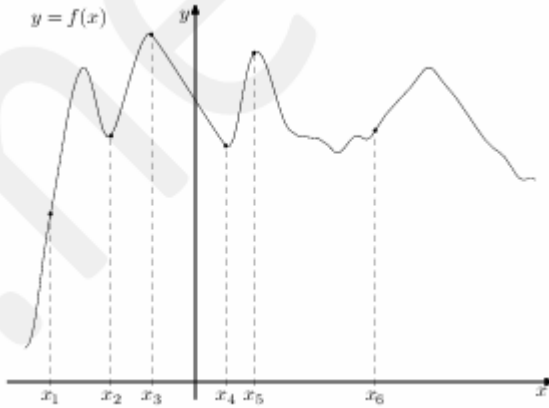
B6 Сторона AB тупоугольного треугольника ABC равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



B7 Найдите значение выражения $a(36a^2 - 25) \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right)$ при $a = 36,7$

B8 На рисунке изображён график функции $f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$.

В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?

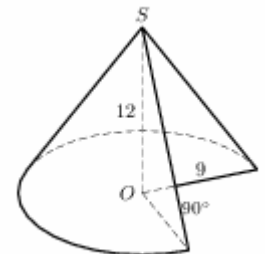


B9 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ L — середина ребра BC , S — вершина. Известно, что $SL=2$, а площадь боковой поверхности равна 3. Найдите длину отрезка AB .

B10 Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

B11 Найдите объем V части конуса, изображенной на рисунке.

В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.



B12 Коэффициент полезного действия (КПД) котлоагрегата равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой m_B (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{др}$ кг. Он определяется формулой

$$\eta = \frac{c_B m_B (t_2 - t_1)}{q_{др} m_{др}} \cdot 100\%, \text{ где } c_B = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} - \text{ теплоёмкость воды,}$$

$q_{др} = 8,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ — удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в котлоагрегате, чтобы нагреть $m_B = 83 \text{ кг}$ воды от 10^0 C до кипения, если известно, что КПД котлоагрегата не больше 21%. Ответ выразите в килограммах.

B13 Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 32 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 119 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 25}{x}$ на отрезке $[1; 10]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x + 2 \cos x + 7 = 2 \sin\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) + 4 \sin^2 \frac{x}{2}$

б) Найдите все корни на промежутке $[3; 4]$

C2 Треугольная пирамида ABCD пересекается с плоскостью P по четырехугольнику EFGH так, что вершины E и F лежат на ребрах AB и AC и длина отрезка EF равна 1. Известно, что плоскость P параллельна противоположным ребрам AD и BC, которые равны соответственно 4 и 2. Найдите периметр четырехугольника.

C3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + 2x > x \cdot \log_3(27 \cdot 9^{x-1} - 3^x + 3) \\ \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) \geq -2 \end{cases}$$

C4 Окружности радиусов 3 и 8 касаются друг друга. Через центр одной из них проведены две прямые, каждая из которых касается другой окружности (точки A и B - точки касания). Найдите расстояние между точками A и B.

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых сумма длин интервалов, составляющих решение неравенства

$$\frac{x^2 + (2a^2 + 2)x - a^2 + 4a - 6}{x^2 + (a^2 + 5a - 5)x - a^2 + 4a - 6} < 0 \text{ не меньше 1.}$$

C6 Геологи взяли в экспедицию 80 банок консервов, веса которых все известны и различны (имеется список). Через некоторое время надписи на банках стали нечитаемыми, и только завхоз знает, где что. Он может всем это доказать (т. е. обосновать, что в какой банке находится), не вскрывая консервов и пользуясь только сохранившимся списком и двухчашечными весами со стрелкой, показывающей разницу весов на чашках. Докажите, что ему для этой цели

- достаточно четырех взвешиваний;
- недостаточно трех взвешиваний.

Комментарий. Отметим еще раз, что завхоз должен обосновать, что в какой банке находится для всех 80 банок.