

## Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 32

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

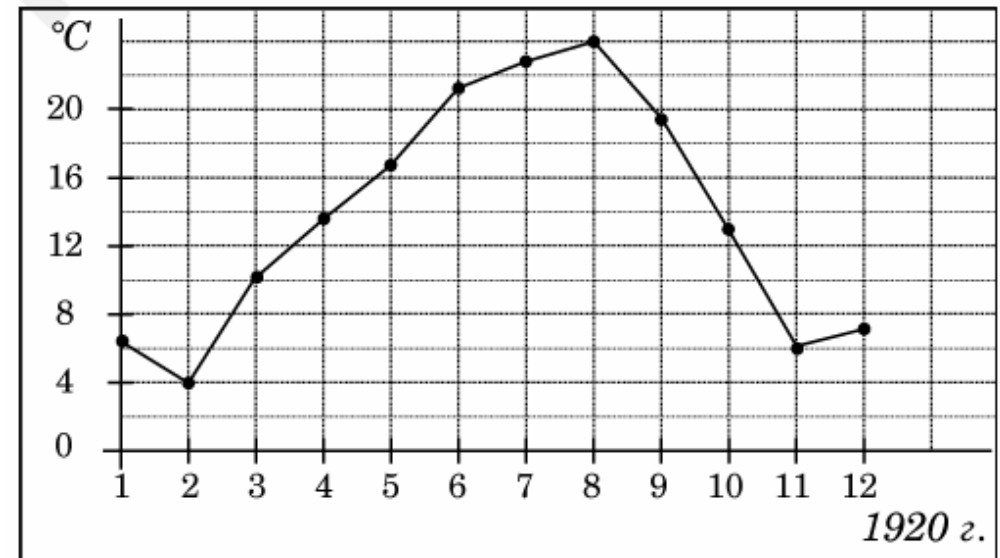
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

**Желаем успеха!**

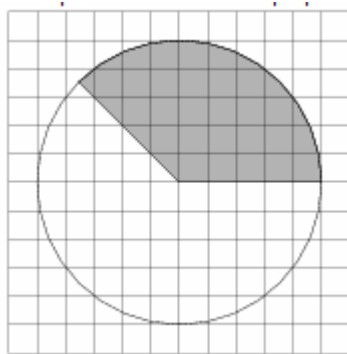
*Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.*

**В1** Мобильный телефон стоил 3500 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 2800 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

**В2** На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь 1920 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**B3** На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 33?

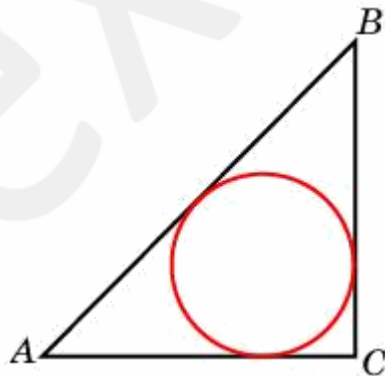


**B4** Строительный подрядчик планирует купить 5 тонн облицовочного кирпича у одного из трех поставщиков. Вес одного кирпича 5 кг. Цены и условия доставки приведены в таблице. Во сколько рублей обойдется наиболее дешевый вариант покупки?

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные условия
A	17	7000	Нет
Б	18	6000	Если стоимость заказа выше 50000 руб., доставка бесплатно
B	19	5000	При заказе свыше 60000 руб. доставка со скидкой 50%.

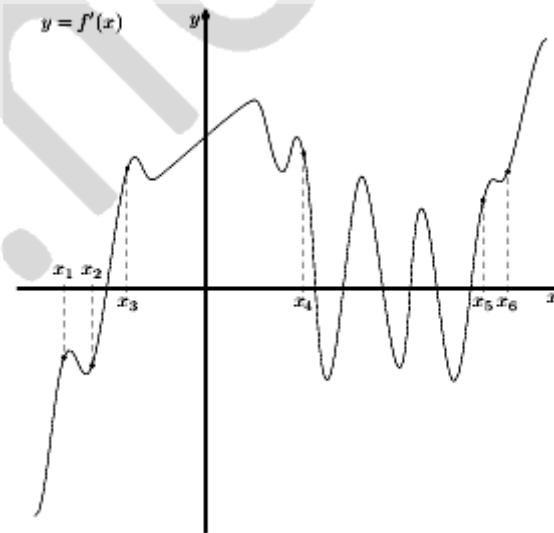
**B5** Найдите корень уравнения  $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+6)}{3} = \sqrt{3}$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.

**B6** Радиус окружности, вписанной в равнобедренный прямоугольный треугольник, равен 2. Найдите гипотенузу  $c$  этого треугольника. В ответе укажите  $c \cdot (\sqrt{2} - 1)$ .



**B7** Найдите значение выражения  $7^{2x-1} : 49^x : x$  при  $x = \frac{1}{14}$ .

**B8** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$  и шесть точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  убывает?

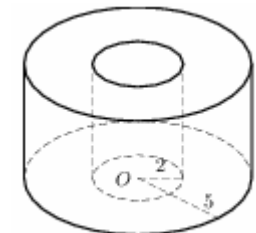


**B9** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $BA_1$  и  $A_1 C_1$ . Ответ дайте в градусах.

**B10** На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

**B11** Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке.

В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .



**B12** На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \alpha \rho g r^3$ , где  $\alpha = 4,2$  — постоянная,  $r$  — радиус аппарата в метрах,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> — плотность воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g=10$  Н/кг). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336000 Н? Ответ выразите в метрах.

**B13** Расстояние между пристанями А и В равно 72 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 39 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**B14** Найдите точку максимума функции  $y = \frac{16}{x} + x + 3$ .

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** а) Решите уравнение  $\frac{1 + 2 \sin^2 x - 3\sqrt{2} \sin x + \sin 2x}{2 \sin x \cos x - 1} = 1$   
 б) Найдите все корни на промежутке  $[-\pi; \pi]$

**C2** Правильную четырехугольную пирамиду пересекает плоскость, проходящая через вершину основания перпендикулярно противоположному боковому ребру. Площадь полученного сечения в два раза меньше площади основания пирамиды. Найдите отношение длины высоты пирамиды к длине бокового ребра.

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 15 \cdot \frac{4^{x-2}}{4^x - 3^x} > 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^x \\ \log_{x\sqrt{3}}(3x^6 + 2x^2 - 6) > 6 \end{cases}$$

**C4** В ромбе ABCD со стороной 2 и углом 60° проведены высоты CM и DK. Найдите длину отрезка МК.

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$9^{-x+1} \cdot 3^{x^2} + a^3 + 5a^2 + a + \sqrt{2} = \sin \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{\pi x}{4} + 3$$

имеет единственное решение.

**C6** Банкомат обменивает монеты: дублоны на пистолы и наоборот. Пистоль стоит  $s$  дублонов, а дублон —  $1/s$  пистолей, где  $s$  — не обязательно целое. В банкомат можно вбросить любое число монет одного вида, после чего он выдаст в обмен монеты другого вида, округляя результат до ближайшего целого числа (если ближайших чисел два, выбирается большее).

- а) Может ли так быть, что обменяв сколько-то дублонов на пистолы, а затем обменяв полученные пистолы на дублоны, мы получим больше дублонов, чем было вначале?  
 б) Если да, то может ли случиться, что полученное число дублонов ещё увеличится, если проделать с ними такую же операцию?