Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 26

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

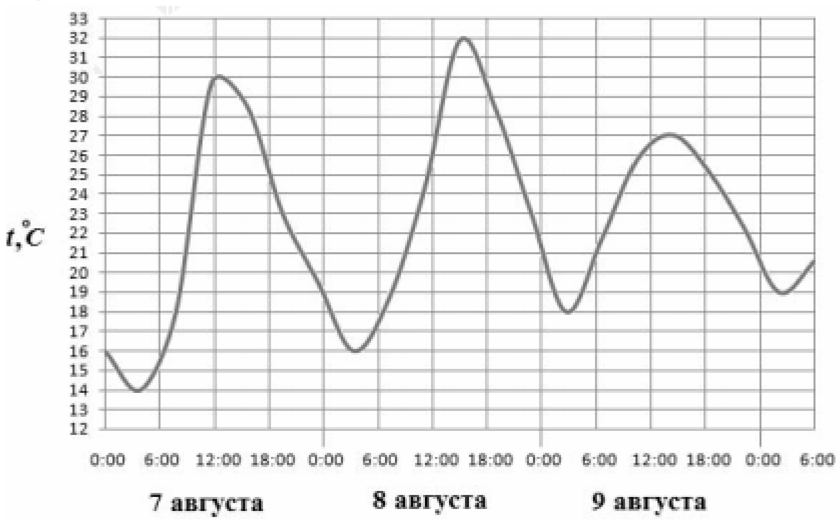
Желаем успеха!

Часть 1

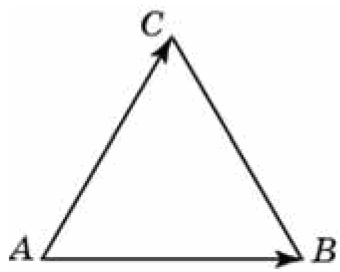
Ответом к заданиям этой части (B1–B14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B1 В итоговой контрольной работе по математике задач по геометрии должно быть от одной четверти до одной трети общего числа задач. Сколько задач по геометрии следует включить в работу, которая состоит из 14 задач?

B2 На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 9 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



B3 Стороны правильного треугольника *ABC* равны 3. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$



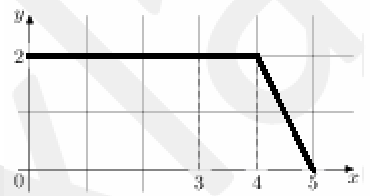
B4 Семья из трех человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 790 рублей. Автомобиль расходует 9 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 17,5 рубля за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

B5 Решите уравнение $\log_2(1-x)=x$.

B6 Большее основание равнобедренной трапеции равно 16, а радиус вписанной в нее окружности равен 4. Найдите среднюю линию трапеции.

B7 Найдите значение выражения $2+\sqrt[3]{7}\cdot 7^{\frac{2}{3}}$.

B8 На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(5)-F(3)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



B9 Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна $\sqrt{111}$. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда, если его рёбра относятся, как 3 : 4 : 7.

B10 У мальчика есть 8 шариков – 6 белых и 2 красных. Он раскладывает их наугад в две коробочки по 4 шарика. Найдите вероятность того, что красные шарики окажутся в разных коробочках. Ответ округлите до сотых.

B11 Объем прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат, равен 27 см³. У второго прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат, высота в три раза больше, а ребро основания – в три раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго прямоугольного параллелепипеда (в кубических сантиметрах).

B12 Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega)=\dfrac{A_0\omega_p^2}{\left|\omega_p^2-\omega^2\right|}$, где ω — частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 — постоянный параметр, $\omega_p=210c^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω, меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5% . Ответ выразите в c^{-1}.

B13 Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 238 литров она заполняет на 6 минут дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объёмом 187 литров?

B14 Найдите точку максимума функции $f(x)=(x+7)^2e^{4-x}$

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 а) Решите уравнение $\log_2\left(5+3\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)\right)=\sin^2\left(2x-\frac{2\pi}{3}\right)$

б) Найдите все корни на промежутке $[-\pi;2\pi]$

С2 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ $AC=6$, $AA_1=8$. Через вершину A проведена плоскость, пересекающая ребра BB_1 и CC_1 соответственно в точках M и N. Найти , в каком отношении эта плоскость делит объем призмы, если известно, что $BM=MB_1$, а AN является биссектрисой угла CAC_1

С3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases}7^{x-\frac{1}{8}x^2}<7^{1-x}\cdot\left(\sqrt[8]{7}\right)^{x^2}+6\\ \log_x 2<\log_{6-x}2\end{cases}$$

С4 Периметр трапеции равен 112. Точка касания вписанной в трапецию окружности делит одну из боковых сторон на отрезки, равные 8 и 18. Найдите основания этой трапеции.

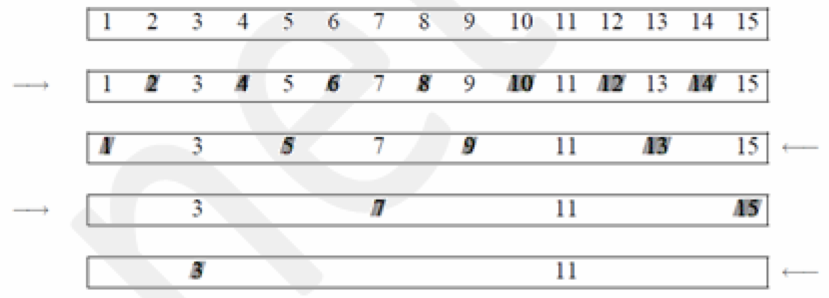
С5 Найдите множество всех пар чисел (a,b), для каждой из которых при всех x справедливо равенство $a(\cos x-1)+b^2=\cos\left(ax+b^2\right)-1$.

С6 В школе, где учатся Поля, Маня и Дуня, есть длинный коридор вдоль одной из стен которого расположен длинный ряд из *n* ячеек, занумерованных натуральными числами от 1 до *n*, закрывающихся на замки, в которых школьники могут хранить свои личные вещи.

Однажды, придя в школу в выходной день, Поля обнаружила все ячейки открытыми. Она стала обходить ряд ячеек сначала до конца, закрывая на замок каждую вторую ячейку. Достигнув конца ряда, она развернулась и снова стала закрывать на замок каждую вторую ячейку из тех, которые ещё были открыты.

Таким образом Поля продолжала обходить ряд и закрывать на замки ячейки до тех пор, пока осталась незакрытой одна ячейка.

Обозначим $f(n)$ номер последней открытой ячейки. Например, если количество ячеек $n=15$, то $f(15)=11$, как показано на рисунке.



а) Найдите $f(50)$

б) Докажите, что не существует натурального числа *n*, такого что $f(n)=2013$

в) Докажите, что существует бесконечное множество натуральных чисел *n*, таких что $f(n)=f(50)$